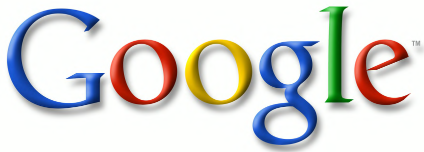


LEÇONS

DE

TOPOGRAPHIE

DONNÉES A L'ÉCOLE ROYALE SPÉCIALE MILITAIRE ;

PAR F.-C. DUHOUSSET,

LIEUTENANT INGÉNIEUR-GÉOGRAPHE,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PREMIÈRE PARTIE

Comprenant la Planimétrie régulière et les Levés irréguliers ; ainsi que la description et l'usage des principaux instrumens employés en Topographie.

A PARIS,

CHEZ MIGNERET, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

RUE DU DRAGON, N.° 20.

1825.







ÉLÉMENS

DE

TOPOGRAPHIE

ENSEIGNÉS A L'ÉCOLE ROYALE SPÉCIALE MILITAIRE.

LEÇONS

DE

TOPOGRAPHIE

DONNÉES A L'ÉCOLE ROYALE SPÉCIALE MILITAIRE;

PAR F.-C. DUHOUSSET,

LIEUTENANT INGÉNIEUR-GÉOGRAPHE,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PREMIÈRE PARTIE

Comprenant la Planimétrie régulière et les Levés irréguliers; ainsi que la description et l'usage des principaux instrumens employés en Topographie.

A PARIS,

CHEZ MIGNERET, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

RUE DU DRAGON, N.° 20.

1825.

AVANT-PROPOS.

En faisant imprimer le texte de mes Leçons à l'École spéciale militaire, j'ai moins pour but leur publication, que le désir d'en faciliter l'étude à MM. les Élèves ; aussi considéré-je cette rédaction comme un essai susceptible d'être modifié, à mesure que j'acquerrai plus d'expérience dans la carrière de l'enseignement.

J'ai cherché à comprendre dans les douze Leçons que le programme de l'École assigne au Cours de Topographie, tout ce que cet art emprunte à la Géométrie théorique et pratique ; ensorte qu'avec ces connaissances, on puisse facilement parvenir à l'habitude des levés.

J'ai tiré du Mémorial du Dépôt de la Guerre, les élémens des questions relatives à la Planimétrie ; et l'excellent article de M. Allent, sur les reconnaissances militaires, m'a fourni les principes des levés irréguliers.

Je me suis attaché particulièrement à conclure de la pure Théorie, et d'une manière synthétique, les diverses approximations facilitant les opérations

pratiques. On jugera quel parti j'ai tiré de cette méthode, pour déduire les uns des autres les procédés usités en Topographie.

Ces Élémens, joints au Mémoire Topographique imprimé en décembre dernier, composent les applications de la Géométrie à la Topographie, applications que j'ai eues principalement en vue.

Étant convaincu d'avance de la nécessité de corriger incessamment cette première production, je me suis borné à autographier les figures démonstratives, qui ne pourront être gravées qu'à la prochaine édition.

Le 1.er Mars 1825.

DUHOUSSET.

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE II. *Détermination graphique du canevas secondaire d'un Levé topographique.*

SUPPLÉMENT.

CHAPITRE II.[me] *Constructions et formules fondamentales.*

ÉLÉMENS

DE TOPOGRAPHIE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

1. La description des parties du globe terrestre occupées par les hommes, facilite éminemment leurs relations sociales.

Considérée sous le rapport de la constitution physique du terrain, et quant aux ressources de toute espèce qu'il présente, la description des lieux est sur-tout indispensable dans les opérations de la guerre.

2. La *Topographie* dans son origine consistait à réunir sous forme de mémoires, des indications sur les figures et les positions relatives des élémens du terrain : ces renseignemens, multipliés d'autant plus que la description devait être complète, offraient toujours une grande difficulté dans leur emploi.

Le dessin d'imitation a permis de réunir quelques-unes de ces données, par le tracé des figures apparentes de différentes parties de l'étendue à décrire.

Enfin, la représentation géométrique du relief du terrain, en coordonnant entr'eux les élémens de sa surface,

a offert à l'aide de quelques signes conventionnels, l'ensemble d'un plus grand nombre d'indications, en diminuant d'autant le mémoire descriptif.

La Topographie en général comprend donc deux sortes de description : l'une graphique, ou *Topographie proprement dite*, et l'autre écrite, appelée *Mémoire descriptif*.

3. La Topographie proprement dite consiste d'après cela, à traduire clairement les observations relatives à la constitution physique du terrain : or, ces observations s'exécutent par des moyens trigonométriques, dont les résultats peuvent se représenter à l'aide de la géométrie descriptive ; en employant donc pour *caractères* fondamentaux de *l'écriture* topographique, ceux en usage dans les considérations géométriques, on parviendra à rendre l'art de la Topographie une simple application de la trigonométrie et de la géométrie descriptive.

4. On nomme *Carte topographique* le dessin figuratif d'un terrain ; sa construction exige la recherche de diverses dimensions *géodésiques* (1).

L'étendue d'une carte topographique étant plus petite que celle du terrain correspondant, les mesures géodésiques servant à construire ses élémens y paraîtront plus ou moins distinctes ; en sorte qu'on pourra, en traduisant graphiquement ces mesures, négliger certaine partie de leur valeur. Il est donc important de connaître le degré de précision à mettre dans les observations relatives au tracé d'une carte, afin d'en faciliter l'exécution.

5. La topographie est dite *régulière*, lorsque les élémens graphiques peuvent reproduire les parties correspondantes du terrain, avec une différence conclue du rapport des dimensions principales de la carte à celles du terrain.

La Topographie est *irrégulière*, quand la comparaison

(1) *Géodésie* signifie mesure des terres, ou *arpentage*.

des élémens de la carte avec ceux du terrain, produit plus d'erreurs que ne l'indique le rapport de leurs dimensions respectives.

6. Lorsque des opérations topographiques ont pour but l'établissement ou la direction de constructions quelconques sur le terrain, les procédés les plus rigoureux doivent être employés pour l'exécution de la carte, qui est nécessairement régulière. Mais si l'on n'a en vue qu'un projet provisoire ou l'indication rapide de l'ensemble d'un figuré, il suffira d'en exécuter la topographie irrégulière.

7. Quelque peu de moyens que l'on ait pour exécuter irrégulièrement la carte d'un terrain, les erreurs de cette opération ont cependant des limites que la connaissance de la topographie régulière sert à établir.

Ainsi, de même que la théorie des observations géodésiques nous apprendra le degré de précision à rechercher dans leur application à la Topographie régulière; de même nous conclurons de la pratique de celle-ci, les moyens d'exécuter la Topographie irrégulière.

8. Les principes que nous allons exposer, ayant pour but spécial les applications de la Géométrie à la Topographie, n'auront donc rapport qu'à la description graphique du terrain; et pourront se diviser, d'après ce qui vient d'être dit, en deux livres principaux :

Le premier comprendra les opérations géodésiques appliquées à la construction des cartes topographiques régulières.

Le second fera connaître les moyens que la Topographie régulière fournit à l'exécution des Levés irréguliers.

LIVRE PREMIER.

TOPOGRAPHIE RÉGULIÈRE.

9. Il résulte des notions précédentes, que la Topographie peut être définie : l'art de représenter au moyen d'une *seule projection*, une partie quelconque de la surface terrestre, de manière à en conclure le relief avec une *exactitude voulue*.

10. On parviendra évidemment à ce but, en projetant sur un plan de repère (1), les principaux points de la surface à décrire; et en assignant à chaque projection, sa distance au point correspondant.

Or, la projection d'une surface étant indépendante de sa distance au plan de repère, le tracé de cette projection sera également indépendant de la détermination des coordonnées projetantes; en sorte que ces deux opérations constitueront des parties séparées de l'art topographique :

1.° Le tracé de la projection du terrain sur un plan, ou *levé des plans*.

2.° La recherche des distances des points du terrain au plan de repère, appliquée au *figuré* de sa surface.

PREMIÈRE PARTIE.

Levé des Plans.

11. En supposant la surface d'un terrain projetée *horizontalement*, le *plan* de ce terrain sera une figure semblable à la projection obtenue; la grandeur de cette

(1) On nomme *repères*, des points, lignes ou surfaces auxquels on rapporte les positions de différens points de l'espace.

figure dépendra évidemment du rapport devant exister entre ses côtés et ceux homologues de la projection.

Ce rapport qu'on nomme *échelle*, et qui peut être mis sous la forme $\frac{1}{M}$, est donc nécessaire pour comparer entr'eux les élémens d'une carte et ceux du terrain.

On facilitera d'ailleurs cette comparaison en construisant géométriquement la fraction $\frac{1}{M}$, dont le numérateur sera l'unité de longueur géodésique; et en réunissant en même temps dans un seul tableau les différens multiples de cette quantité linéaire (*Développemens*, *Supplément*, *art.* 342.)

CHAPITRE PREMIER.

Opérations géodésiques relatives à la préparation d'un Levé topographique.

12. Deux figures semblables étant composées de triangles semblables chacun à chacun, et ceux-ci ayant leurs angles respectivement égaux et par suite leurs côtés homologues proportionnels; on aura toutes les mesures géodésiques nécessaires au tracé d'un plan, si décomposant idéalement la projection du terrain en triangles, on mesure ou évalue leurs angles et un seul de leurs côtés.

Mais cette division nécessitant des observations angulaires parfois impraticables: on se borne à imaginer un certain nombre de triangles principaux, dont la forme et la disposition favorisent leur calcul et leur tracé, et auxquels se rattachent les autres parties du contour à lever.

Le *Réseau* ou *Canevas trigonométrique* formé par le sys-

tème de ces triangles, constitue l'opération fondamentale de tout levé topographique.

Les opérations géodésiques, nécessaires à l'exécution d'un canevas trigonométrique sont donc :

1.° La mesure d'une base ;

2.° L'observation de deux angles au moins par triangle.

13. Quelque parfaits que soient les instrumens employés aux mesures géodésiques, chaque observation comportera son erreur ; et l'on conçoit que ces inexactitudes pourront se compliquer dans un canevas, et former une erreur sensible après la détermination d'un certain nombre de triangles. Le choix d'une base, ainsi que la disposition et la forme de ces triangles, doivent donc satisfaire à la condition importante de produire la moindre accumulation d'erreurs dans un espace donné.

Et d'abord, *la base doit être placée le plus possible au centre du canevas*, afin d'arriver par le plus court chemin, au calcul ou à la construction des triangles extrêmes.

En second lieu, l'inexactitude d'observation de chaque angle d'un triangle, détermine sur le côté opposé une différence dépendant du côté adjacent ; on peut lier ces erreurs par une équation de condition, car soient (*fig.* 1) mAB l'erreur commise dans l'observation de l'angle A du triangle ABC, et Bm la différence qui en résulte sur le côté BC : le triangle mAB donne $AB : mB ::$ $\sin AmB : \sin mAB$, or $\sin AmB = \sin(mAB + mBA)$, faisant $mB = e$, $mAB = \varphi$, $mBA = B$, et $AB = c$, on aura $e = \frac{c \sin \varphi}{\sin (B + \varphi)}$. En nommant e' et e'' les erreurs produites sur les côtés BA et AC, par l'inexactitude φ que le même instrument angulaire fournirait aux angles C et B, on pourra écrire :

$$e = \frac{c \sin \varphi}{\sin (B + \varphi)},\ e' = \frac{b \sin \varphi}{\sin (A + \varphi)},\ e'' = \frac{a \sin \varphi}{\sin (C + \varphi)}.$$

Mais la relation qui existe entre les trois angles d'un

triangle, fait voir que plus le dénominateur de l'une de ces expressions est grand, plus les autres sont petits; d'où il suit que plus la quantité e, par exemple, sera petite, plus les deux autres seront grandes : les erreurs e, e' et e'' seront donc simultanément les moindres possible, lorsqu'elles seront égales; c'est-à-dire, quand le triangle sera équilatéral. *Ainsi, la forme équilatérale est la plus convenable à donner aux triangles d'un canevas.*

En observant que sin $(B + \varphi)$ a l'unité pour limite, on aura généralement $e > c \sin \varphi$, (1) ou $c < \frac{e}{\sin \varphi}$; donc si on suppose que e soit l'erreur qu'on ne doit pas dépasser dans l'évaluation des derniers côtés d'un canevas, et φ l'approximation due à l'instrument angulaire, le plus grand côté de ce canevas ne devra pas excéder $\frac{e}{\sin \varphi}$.

Si la disposition du canevas était donnée en même temps que e, la quantité $\frac{e}{c}$ limiterait sin φ, et spécialiserait par conséquent l'instrument à employer.

Nous conclurons de là : qu'*avant d'effectuer les observations relatives à un canevas trigonométrique; il faudra faire une reconnaissance du terrain, tendant à arrêter de la manière la plus convenable, tant pour la forme que pour les dimensions, la position des triangles eu égard à l'approximation voulue et aux instrumens à employer; en signalant s'il est nécessaire les sommets de ces triangles, afin qu'ils soient visibles les uns des autres.*

14. Si l'on voulait exécuter graphiquement un canevas, à mesure qu'on en obtiendrait les élémens, on pourrait exiger dans les observations une exactitude moindre que

---

(1) On trouve immédiatement cette inégalité, en abaissant du point B la perpendiculaire Bp sur Am; car on a Bm > Bp, or le triangle BAp donne Bp = BA sin φ donc Bm > BA sin φ.

celle précédemment désignée ; en effet, en admettant que la *cinquième partie d'un millimètre* soit inappréciable au compas, et que l'échelle de construction soit $\frac{1}{M} : \frac{1^{\text{mètre}}}{5000}$ du papier correspondra à $\frac{M^m}{5000}$ du terrain ; en sorte qu'une base pourra être assez rigoureusement tracée, en la mesurant à $\frac{M^m}{5000}$ près. En outre, la formule $e > c \sin \varphi$ devient $\frac{M^m}{5000} > c \sin. \varphi$, d'où l'on tire $\sin \varphi < \frac{M^m}{5000}$ et $c < \frac{M^m}{5000 \sin \varphi}$, expressions limitant par rapport à l'échelle l'une ou l'autre des quantités φ et c. (*Exemple, chapitre III du Supplément.*)

Les applications de la Géodésie à la Topographie permettent généralement de s'arrêter à ces approximations, qui servent d'ailleurs de limites extrêmes pour celles des canevas calculés.

15. Cela posé, faisons voir comment on effectue les opérations géodésiques nécessaires à un canevas.

La mesure d'une base s'exécute, en plaçant dans le plan vertical de ses extrémités, bout à bout et autant de fois qu'elles peuvent y être contenues, des longueurs ou *portées* bien étalonnées, que l'on maintient horizontalement.

La nature de ces portées, et les précautions à prendre dans cette mesure, dépendent de l'erreur qu'on peut encourir, ou de l'échelle du canevas.

Des règles en sapin, vernies et bouillies dans l'huile, suffisent pour les opérations géodésiques les plus délicates ; on évite le recul que leur juxta-position pourrait produire, en estimant le petit intervalle de leurs extrémités avec un double décimètre, ou même une languette garnie d'un vernier. L'horizontalité s'établit au moyen d'un niveau et de petits chevalets.

16. La *chaîne* métrique, divisée en chaînons parties aliquotes de l'unité de longueur, et grande de manière à pouvoir être à-peu-près tendue horizontalement, convient généralement à la mesure des bases topographiques.

On *étalonne* une chaîne, c'est-à-dire, on en reconnaît la longueur, en comparant ses chaînons avec l'unité de mesures; on remarque surtout la position des poignées qui la terminent, afin de les compter en dedans ou en dehors des chaînons adjacens. Un paquet de fiches accompagne la chaîne.

Deux personnes sont nécessaires pour mesurer une base: la première pose sa poignée au point de départ, pendant que l'autre qui porte les fiches, marche en tirant la chaîne; la première personne a soin de maintenir par signes, la seconde dans l'alignement principal; et lorsque la chaîne tendue est à peu près horizontale, la seconde personne plante une fiche à son extrémité, et continue sa marche, jusqu'à ce que la première, atteignant cette fiche, agisse comme au point de départ, l'enlève et donne le signe du mouvement; et ainsi de suite, jusqu'à l'arrivée de la seconde personne au dernier point de la base, dont la longueur s'estime par le nombre des fiches que la première personne a ramassées, plus la fraction de la dernière chaîne.

Un cordeau divisé par des nœuds, peut dans beaucoup de circonstances remplacer la chaîne (1).

17. Si par une raison quelconque, on s'est dispensé de mettre horizontalement la portée métrique, ce sera sa projection qu'on devra prendre pour mesure; or, soit I l'inclinaison de cette portée, b sa longueur et p celle de sa projection horizontale, on a $p = b \cos I$ et $b - p$

(1) Le chapitre I.er du Supplément contient (art. 124 et suiv.), d'autres moyens d'estimer avec une approximation relative à l'échelle, les bases que l'on doit rapporter immédiatement sur le papier.

$=b-b\cos I=b(1-\cos I)=2b\sin^2\frac{1}{2}I$; donc $p=b-2b\sin^2\frac{1}{2}I$. Ainsi pour avoir p, on retranchera de b la correction positive $2b\sin^2\frac{1}{2}I$.

En supposant que toutes les parties de la base soient sur le même plan incliné; on n'effectuera qu'une fois la correction, mais ce sera sur cette base entière, et on aura $P=B-2B\sin^2\frac{1}{2}I$. La quantité $2B\sin^2\frac{1}{2}I$ sera d'ailleurs négligeable, lorsque $2B\sin^2\frac{1}{2}I=\frac{M^m}{5000}$: d'où l'on tire pour une valeur de B la limite des angles I que l'on peut négliger, et réciproquement on aura pour une valeur de I, la limite des valeurs de B pour lesquelles la correction ne sera pas *graphiquement* sensible.

18. Pour conserver l'alignement des deux extrémités d'une base, il est nécessaire de marquer dans son plan vertical, différens repères divisant cette base en un certain nombre de parties principales.

Le problème des alignemens sur deux points donnés, présente différens cas :

1.° Si l'alignement doit être pris sur le prolongement d'une ligne AB, un observateur se place sur ce prolongement de manière à voir la verticale de A coïncidant avec celle de B.

2.° Lorsque l'alignement doit avoir lieu entre A et B, A étant accessible, un observateur qui s'y place en fait mouvoir un autre C qui le regarde, jusqu'à ce que le fil à plomb de A, couvre en même temps le jalon C et la verticale de B.

3.° Pour déterminer un point de AB entre A et B inaccessibles; deux personnes C et D se placent au premier abord, de façon que BCD soit une ligne droite, et en supposant que D soit plus éloigné de B que C, la personne D marche en s'approchant de BA, et faisant mouvoir en même temps C pour que BCD ne se courbe

pas; et quand D couvrira A par rapport à C, les deux lignes BCD et BA seront superposées.

Un seul observateur peut jalonner un alignement entre deux points A et B, s'il a préalablement déterminé un point E sur leur prolongement; car tous les points de AE ou BE seront sur AB.

19. Passons maintenant à la détermination des angles d'un canevas.

Un cercle ou une portion de cercle à circonférence graduée, dont un diamètre mobile peut se placer en direction quelconque, forme le principe de construction des instrumens angulaires.

Le diamètre mobile étant fixé au zéro de la division, et étant amené en direction de l'un des côtés d'un angle, par un mouvement de rotation imprimé au limbe sur son centre; si on le dirige en second lieu sur l'autre côté du même angle sans mouvoir le limbe, il indiquera sur la graduation l'amplitude de cet angle; d'où il suit: 1.° que le cercle doit être adapté sur son support de manière à pouvoir s'établir dans le plan de l'angle; 2.° que le mouvement de rotation de ce limbe doit être indépendant de celui du diamètre.

Les rayons visuels sont dirigés par des pinnules élevées aux extrémités du diamètre, et mieux encore par une lunette fixée le long de ce diamètre: des fils micrométriques servent à repérer l'axe visuel de cette lunette.

Des mouvemens doux, dits de rappel, s'impriment au limbe et au diamètre, au moyen de vis dont le jeu s'exécute lorsque les grands mouvemens sont arrêtés (1).

La graduation plus ou moins étendue d'un instrument angulaire, dépend de son rayon; on estime les fractions des plus petites divisions du limbe, à l'aide d'un ver-

(1) *Voyez* les articles du Supplément, chapitre Ier, relatifs aux instrumens angulaires.

nier adapté à l'index de l'alidade ; or, l'on sait (*Supplément*, *art.* 145.), qu'en représentant par P la plus petite division du limbe, n le nombre des divisions du vernier, $\frac{P}{2n}$ indiquera l'approximation de lecture due au vernier ; ainsi l'angle φ (art. 13) ou l'erreur d'un instrument angulaire sera estimée égale à $\frac{P}{2n}$.

20. Comme les rayons visuels menés de chaque station aux points de mire des sommets environnans ne sont pas horizontaux, et que d'ailleurs il est souvent impossible de disposer le centre de l'instrument angulaire sur la verticale du sommet de station : il suit qu'on ne pourra obtenir directement les angles d'un canevas trigonométrique ; mais il sera toujours facile de les évaluer, au moyen de corrections effectuées sur les angles observés.

En effet, les calculs trigonométriques donnent pour ces réductions exprimées en minutes par exemple, savoir pour la réduction à l'horizon : (*supplément*, *art.* 146.)

$$(O'-O)=x=\text{tang}\tfrac{1}{2}O\left(\frac{H+h}{2}\right)^2\sin 1'-\cot\tfrac{1}{2}O\left(\frac{H-h}{2}\right)^2\sin 1'$$

O est l'angle observé, H et h sont les valeurs en minutes, des distances angulaires, des points de mire, à l'horizon de station. O' est l'angle réduit.

Quant à la correction au centre à opérer sur l'angle O' pour avoir définitivement l'angle C du canevas ; elle est fournie par la formule : (*supplément*, *art.* 147.)

$$(C-O')=z=\frac{r\sin(O'+y)}{D\sin 1'}-\frac{r\sin y}{G\sin 1'},$$

dans laquelle r est la distance du centre de l'instrument à la verticale du sommet de station, y est l'angle fait par r avec le côté gauche de l'angle observé, D et G sont les longueurs approchées des côtés de ce dernier ; et à cause que la différence de O' à O n'est pas sensible dans la valeur de z ; on peut généralement écrire :

$$(C-O')=z=\frac{r}{D}\frac{\sin(O+\gamma)}{\sin 1''}-\frac{r}{G}\frac{\sin\gamma}{\sin 1''},$$

En ajoutant donc les valeurs de x et z on aura pour la réduction totale :

$$(C-O)=x+z=\left\{\begin{array}{l}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}O\left(\frac{H+h}{2}\right)^2\sin 1''-\cot\tfrac{1}{2}O\left(\frac{H-h}{2}\right)^2\sin 1'' \\ \quad +\frac{r}{D}\frac{\sin(O+\gamma)}{\sin 1''}-\frac{r}{G}\frac{\sin\gamma}{\sin 1''}.\end{array}\right.$$

Les élémens H et h s'observent au moyen d'un niveau à bulle d'air, établi au diamètre zéro de l'instrument angulaire dont le limbe a la position verticale (*supplément, art.* 133) ; r se mesure avec une ficelle, après avoir déterminé la verticale du sommet de station, au moyen d'une coupe horizontale du signal ; D et G se construisent à l'aide d'un canevas graphique formé avec les angles observés (*application*, *chapitre III du supplément*.)

La valeur de $x+z$ montre que plus les triangles sont grands, moins la correction angulaire est appréciable, puisque $\frac{r}{D}$, $\frac{r}{G}$, H et h deviennent d'autant plus petits ; en conséquence il est souvent possible de négliger cette correction.

On évitera d'ailleurs la réduction x à l'horizon, en disposant horizontalement le limbe du cercle, dont le diamètre mobile sera alors surmonté d'un tuyau plongeant propre à donner les directions des plans verticaux des côtés observés (*supplément, art.* 107.)

21. La base de départ et les angles d'un canevas étant obtenus, voici comment on procède au calcul définitif des triangles :

On écrit dans une colonne verticale les noms des sommets des triangles, en commençant par la base mesurée et par ordre d'enchaînement ; vis-à-vis de chaque sommet, et dans une seconde colonne, on place la valeur de l'angle correspondant, que l'on conclura s'il est

nécessaire de la somme des deux autres; on effectuera alors dans une troisième colonne, le calcul du côté opposé, d'après le principe des proportions établies entre les côtés d'un triangle et les sinus de ses angles. Une quatrième ligne contiendra les valeurs numériques des côtés, en regard des angles opposés. (*Application, chapitre III du supplément.*)

22. Il est utile de remarquer que l'angle conclu d'un triangle peut renfermer la somme des erreurs d'observation des deux autres, à moins que celles-ci ne se détruisent entr'elles, ce dont on ne peut s'assurer; il faudra donc dans ce cas, observer les deux angles de manière à n'encourir pour chacun d'eux, que la moitié de l'erreur passible à l'échelle du levé, et faire ensorte de conclure l'angle dont les côtés sont les plus petits.

On nomme *points conclus*, ceux auxquels on n'a pas fait de station angulaire; il convient de rattacher ces points à deux triangles, afin d'éviter ou reconnaître les erreurs de pointé qu'un signalement imparfait de ces sommets pourrait occasionner (1).

Il est évident que l'observation des trois angles d'un triangle, en permettant de répartir sur chacun d'eux le tiers de la différence de leur somme à deux angles droits, ajoutera à l'exactitude d'un canevas.

Enfin, la mesure d'une seconde base d'un réseau trigonométrique, trouvée d'accord avec le calcul, complétera la confiance due aux observations effectuées.

23. On pourrait, avec la longueur des côtés précédemment calculés, construire sur une ou plusieurs feuilles, la position des sommets du canevas; mais cette opération graphique présentant des inexactitudes dans

(1) On vérifie quelquefois avec les seuls angles observés, si le même objet a été pointé de trois stations. (*Exemple, chapitre III du Supplément.*)

ses résultats, il sera préférable de calculer les coordonnées de ces sommets, par rapport à deux axes rectangulaires, choisis de manière que le canevas soit compris entièrement dans un seul de leurs angles, afin que toutes les coordonnées aient le même signe.

Après avoir construit à vue la forme du canevas (*fig.* 2), on place les axes en adoptant les coordonnées d'un point quelconque, et l'inclinaison d'un côté de triangle par rapport à ces axes; soient a et b l'x et l'y du point A et z l'angle que AB fait avec OX, en menant par le point B une parallèle à OX, on aura $Am=b-y=AB \sin z$ et $Bm=x-a=AB \cos z$; d'où l'on tire l'x et l'y du point B représentées par a' et b': les coordonnées du point F s'obtiennent par $Fp=y-b'=BF \sin FBm$ et $x-a'=BF \cos FBm$, or $FBm=FBA+z$ quantité donnée par le canevas; donc a'' et b'' pourront se calculer. On obtiendrait ainsi de proche en proche, les valeurs numériques des coordonnées de tous les sommets du réseau géodésique.

Il faut observer que la position de chaque point peut s'établir par le moyen des coordonnées des deux autres sommets du triangle auquel il appartient, ce qui fournit une vérification pour les calculs.

Les points conclus seront déterminés par chacun des triangles auxquels ils se rattachent, afin de choisir pour leurs coordonnées, une moyenne entre les résultats de même espèce.

24. En divisant l'espace YOX en carreaux, par des parallèles aux deux axes, numérotées suivant l'ordre de leurs distances à l'origine; il sera facile de placer chaque point du canevas dans son carreau propre, au moyen de ses coordonnées et de l'échelle graphique. On pourra même décomposer un canevas en feuilles de dimensious quelconques, en en répartissant les carreaux sur ces feuilles avec leurs numéros respectifs, et disposant alors sur cha-

que feuille les points qui lui appartiennent d'après leurs coordonnées.

On parviendra ainsi, par le moyen d'un canevas trigonométrique, à partager un terrain quelconque dont on doit faire la topographie, en différentes portions pouvant être décrites sur des feuilles de dessin de petites dimensions; de telle manière que l'exécution des détails de chaque partie n'influera en rien sur les autres, et que leur ensemble complétera entièrement la description projetée. (*Application. Chapitre III du Supplément.*)

CHAPITRE II.

Détermination graphique du canevas secondaire d'un Levé topographique

25. Supposons donc maintenant qu'il s'agisse d'exécuter un plan, sur une feuille qui puisse être tendue sur une planche portative, afin de tracer les résultats géodésiques à mesure qu'on les obtiendra. Il est évident que ce plan sera d'autant plus exact que les erreurs inévitables de sa construction s'accumuleront moins; et dès-lors, il sera nécessaire de limiter ces erreurs par un nouveau réseau s'appuyant sur les bases principales.

26. Or, si pour observer les angles de ce canevas secondaire, on dispose horizontalement la feuille précédemment tendue, elle pourra être censée contenir le limbe d'un instrument angulaire à *alidade* plongeante (1). En plaçant alors cette feuille, de manière que l'un de ses points regardé comme centre du limbe, se trouve sur la

(1) *Voyez* pour la description et la théorie complète de l'alidade, les articles 94 à 102 du Supplément.

verticale d'un point déterminé du terrain ; l'alidade tournant autour de ce centre en direction successive des points de mire, indiquera avec sa *règle* les traces horizontales des plans verticaux correspondans : ensorte qu'en fixant d'abord la planche, de façon que *la ligne de foi* de l'alidade soit appliquée sur une base graphique, quand *l'axe visuel* coïncidera avec la même base du terrain ; on pourra à chaque station tracer les angles en même temps qu'on les observera, et par conséquent se dispenser du limbe qui en fait lire l'amplitude.

D'où il suit, qu'une alidade plongeante et une simple planche montée sur un pied de manière à être disposée horizontalement, et à pouvoir tourner sur un de ses points, composeront ensemble un instrument angulaire propre aux opérations graphiques.

Cet instrument porte le nom de *planchette*, à cause de la planche qui en est une partie essentielle.

27. La planchette sera en station en un point quelconque du terrain ; quand, par des positions différentes données à son alidade, la ligne de foi marquera les angles visés dans le même ordre qu'on les observera. Il faudra donc pour cela, disposer horizontalement la planche (*censée contenir un limbe*), et placer, 1°. le point graphique (*centre du limbe imaginaire*) sur la verticale de station ; 2°. la ligne de foi sur la projection d'une base (*rayon zéro du limbe*), en même temps que l'axe visuel de l'alidade sera dans le plan vertical de cette base.

28. On dit la planchette *mise en place*, lorsque sa position satisfait à la première condition citée ; on trouve cette place par de légers mouvemens imprimés aux branches du pied de l'instrument, jusqu'à ce qu'un fil-à-plomb suspendu au point graphique au moyen d'un compas d'épaisseur, rencontre le point de station.

L'orientation de la planchette correspond à la position exigée par la seconde condition de sa mise en station.

Cette orientation s'obtient ainsi qu'il a été indiqué art. 26, en plaçant la ligne de foi de l'alidade sur la base graphique, et dirigeant, avec le mouvement de rotation de la planche, l'axe visuel dans le plan vertical de la base du terrain.

On voit donc que les deux conditions de la mise complète en station d'une feuille topographique, au moyen de la planchette, sont tout-à-fait indépendantes l'une de l'autre; et dès lors on pourra y satisfaire dans un ordre quelconque. Cependant on diminuera les tâtonnemens d'exécution, en commençant par la mise en place de l'instrument.

29. A cause de *l'angle de collimation*, existant généralement dans les alidades (*supplément, art.* 96), la ligne d'orientation d'une planchette sera parallèle au plan vertical de la ligne homologue du terrain, *à l'angle de collimation près :* et, parce que tout levé topographique est semblable à la projection horizontale de la figure terrestre correspondante, l'orientation d'un côté déterminera la direction des autres; ce qui fait dire que *tout levé orienté a ses côtés parallèles aux plans verticaux homologues du terrain, à l'angle de collimation près.*

30. Enfin, en ayant égard aux limites d'exactitude fournies par l'échelle topographique (art. 14), on en conclura d'analogues pour la mise en station de la planchette.

En effet, puisqu'une légère pente du plan d'un angle donne lieu à une très-petite correction pour réduire cet angle à l'horizon (art. 20); il s'ensuit qu'une inclinaison de quelques degrés dans la disposition de la planche, n'altérera pas sensiblement les résultats graphiques (*à moins cependant que les points de mire observés à chaque station n'aient une grande différence de hauteur relative sur l'horizon.... Théorie de l'alidade, art.* 101 *du supplément*): la position horizontale de l'instrument sera donc suffisamment établie, en faisant coïncider à vue les deux dimensions

de la planche, avec un horizon éloigné, ou en la calant au moyen d'une bille.

De plus, la quantité $\frac{1 \text{ metre}}{5000}$ étant inappréciable sur le papier; on pourra prendre pour centre des angles observés, tout point du terrain situé à moins de $\frac{M^m}{5000}$ du lieu de la station exacte, $\frac{1}{M}$ étant l'échelle du levé: et les alignemens seront tracés convenablement, lorsque les points de mire auront une épaisseur moindre aussi que $\frac{M^m}{5000}$.

D'où il résulte qu'on pourra toujours établir promptement une planchette en station.

31. Comme nous aurons souvent besoin par la suite, de tracer des parallèles à des directions données sur la planchette; nous allons indiquer de quelle manière l'alidade seule facilite cette opération, eu égard aux limites connues d'approximation graphique.

Remarquons pour cela, qu'en vertu de ces limites, deux droites ab et dc (*fig.* 3) sont regardées comme *graphiquement* parallèles dans une étendue $abdc$, quand, en menant par l'extrémité b de l'une d'elles, une parallèle *exacte* à l'autre, la quantité ae est négligeable au compas ou moindre que $\frac{1^m}{5000}$: or, en supposant ab et dc prolongées jusqu'à leur rencontre O, on aura $aO : ab :: ac : ae$, et si l'on fait $ab = h$, $ac = b$ et $ae = \frac{1^m}{5000}$, on tirera $aO = b \times h : \frac{1^m}{5000} = 5000^m \times b \times h$. Donc pour mener par le point a une droite graphiquement parallèle à dc dans l'étendue acd, on orientera la ligne dc sur un point O du terrain éloigné du lieu de station d'une quantité égale au

moins à $dc \times ae \times 5000^{m}$, et l'on dirigera l'alidade par le point a sur le même point de mire O : la ligne de foi marquera la droite cherchée.

32. Il suit de là que, lorsque le parallélisme graphique sera exigé seulement dans l'intervalle où dc représenterait à l'échelle la distance aO, la valeur de ae égalera $\frac{M^{m}}{5000}$, qui est l'erreur métrique permise sur le terrain ; car dans l'expression $aO = dc \times ae \times 5000^{m}$, on a par hypothèse $aO = M \times dc$, donc $ae = \frac{M^{m}}{5000}$. Par conséquent

deux points éloignés sur la planchette de la quantité $\frac{M^{m}}{5000}$, donneront toujours, au moyen de l'alidade dirigée de chacun d'eux sur un même repère du terrain, un parallélisme graphique dans l'espace linéaire de la distance visée.

33. Ces principes établis, nous allons exécuter avec la planchette le canevas d'une feuille topographique, en déterminant chacun de ses sommets.

A cet effet, supposons que l'on n'ait sur le papier que la position *nécessaire* d'une base : un point du terrain pourra se projeter graphiquement, lorsque, regardé comme sommet d'un triangle horizontal s'appuyant sur la base connue, on aura mesuré deux angles de ce triangle, avec lesquels on construira sur la base linéaire un triangle semblable à celui imaginé ; or, ces angles s'observeront avec la planchette, en faisant une station pour chacun d'eux, et leur tracé sera immédiat par l'orientation de la feuille à chaque station (art. 26) ; donc : *un point du terrain sera projeté sur la planchette, par la rencontre de deux directions orientées passant par ce point et deux repères connus.*

Maintenant, une base peut être fixée des deux manières suivantes : 1°. par la position de ses extrémités ; 2°. au moyen de la plus courte distance d'un point donné exté-

rieurement, à leur direction graphique repérée sur le terrain.

34. Lorsque l'on donne deux points A et B et qu'on veut déterminer un point quelconque X, il se présente deux cas principaux :

X étant *accessible*, c'est-à-dire pouvant être lieu de station dans les limites de l'échelle ; et X inaccessible.

En même temps, on peut faire les suppositions suivantes :

1.er CAS.

X accessible. { 1.° A ou B accessible ;
2.° A et B inaccessibles, mais AB accessible ;
3.° AB, et AB inaccessibles.

2.me CAS.

X inaccessible. { 1.° A et B accessibles ;
2.° A et B inaccessibles.

1er. *Cas*, X *accessible*. 1°. En supposant que A soit accessible (*fig.* 4), et que *a* et *b* représentent sur la planchette les points A et B du terrain (1) ; je stationne la planchette au point A par le moyen de l'orientation AB, et dirigeant l'alidade sur X, je trace l'angle bax'=BAX, après cela je transporte la planchette au point X et je l'oriente sur XA ; faisant alors tourner l'alidade sur le point *b* jusqu'à ce que l'axe visuel rencontre B, la ligne de foi déterminera une seconde direction orientée passant par le point X, et conséquemment l'intersection *x* sera la position cherchée.

2°. Soit P un point accessible de AB (*fig.* 5), je le place arbitrairement en *p'*, et établissant la planchette au

(1) Nous emploierons les grandes lettres à désigner les points du terrain, dont les positions graphiques seront représentées par les petites lettres correspondantes.

point P, je l'oriente sur AB; ensuite je trace avec l'alidade, $p'x'$ en direction de PX. Me rendant au point X, j'oriente la feuille sur XP au moyen de $x'p'$; donc, si je trace maintenant les deux directions passant par a et b correspondant à A et B : leur rencontre satisfera à la question, à cause de la position orientée de la planchette au point X. Ainsi x représentera X et la parallèle xp à $x'p'$, déterminera p pour la position graphique de P.

Nous supposons dans ce problème que la position auxiliaire p' est telle que les deux lignes p'X et pX sont graphiquement parallèles dans l'intervalle $p'px$; ce qui aura facilement lieu, d'après la limite $\frac{M^m}{5000}$ donnée à l'estimation pp' (art. 32).

3°. Cherchons sur le terrain un point accessible Y, duquel on puisse apercevoir A, B et X (*fig.* 6); et sur une ligne $x'y'$ de longueur et de position arbitraires sur la planchette, formons par des stations en X et Y, orientées sur XY des angles $a'x'y'$=AXY, $b'x'y'$=BXY et $a'y'x'$=AYX, $b'y'x'$=BYX : la figure $a'b'y'x'$ sera semblable à ABYX; donc si sur ab on construit une figure semblable à $a'b'y'x'$ et tournée dans le même sens qu'elle, les points x et y représenteront X et Y. Cette construction se fait en portant sur la ligne ab, ab''=ab', et décrivant des points a et b'' des arcs avec des rayons respectivement égaux à $a'x'$ et $b'x'$; conduisant ensuite bx parallèle à $b''x''$, etc.

2e. *Cas*, X *inaccessible*. 1°. A et B étant accessibles, en y stationnant successivement, les deux directions orientées

(1) L'erreur $e = \frac{q \sin \phi}{\sin (b + \phi)}$ (art. 13) devenant d'autant plus petite que l'angle B approche d'être droit; il suit que l'intersection de deux alignemens observés, sera d'autant plus précise que l'angle de ces directions devra être droit : et par conséquent il faudra dans les opérations graphiques, faire ensorte que les intersections ne soient pas trop aiguës.

ax' et *bx''* (*fig.* 4) se couperont au point *x* homologue à X.

2°. Si A et B sont inaccessibles, on choisira deux points accessibles Y et Z, desquels on voie sous des angles assez ouverts (1) les points A, B et X (*fig.* 7); et par le moyen d'une base arbitraire *y'z'* on construira un polygone *a'b'z'y'x'* semblable à ABZYX; donc en formant sur *ab* comme précédemment, le polygone *abzyx* semblable à *a'b'z'y'x'*, les points *x*, *y* et *z* satisferont à la question.

35. Si la base de départ est considérée comme la plus courte distance d'un point donné à une direction connue; il peut aussi arriver deux cas:

1°. La direction sur le terrain accessible.

2°. Cette direction étant inaccessible.

Lorsque, 1°. AB est accessible en un point D (*fig.* 8), on y place la planchette en l'orientant sur AB par le moyen de la trace *a'b'*; et faisant tourner l'alidade autour du point *c* jusqu'à la rencontre visuelle de C, on obtiendra une seconde direction orientée contenant le point *d* connu par ce moyen. On aurait de la même manière les positions d'autres points E, F, etc..... desquels on apercevrait le repère C.

En supposant 2°. que AB soit inaccessible, on choisit sur le terrain deux points X et Y (*fig.* 9) où l'on puisse stationner et apercevoir le point C, en même temps que deux repères A et B de la direction donnée: on construit alors au moyen de stations en X et Y une figure *a'b'y'x'c'* semblable à ABYXC, que l'on dispose en appuyant *a'b'* sur *ab*, *a''b''* par exemple: menant ensuite par *c* une parallèle à *c''a''* elle déterminera la position graphique du point A; et si on achève sur *ac* la figure semblable à *a''b''y''x''c''*, on aura sur la planchette différens points de départ *x* et *y*.

Il est évident que si l'on eût pu stationer au point donné C, il eût suffi de recourir à un seul point auxiliaire X ou Y.

36. En ne disposant sur une feuille, que les élémens nécessaires pour conclure une base destinée à coordonner le levé de cette feuille, il a fallu généralement deux stations pour établir la projection d'un point quelconque ; mais si le canevas trigonométrique fournissait sur la planchette plus de données qu'on n'en a indiquées jusqu'ici, on pourrait dans certaines circonstances, placer graphiquement un point du terrain, au moyen d'une seule station à ce point ;

Savoir, lorsque l'on connaît sur la planchette :

1°. Trois points de répère visibles du lieu de station ;

2°. Deux points visibles et une orientation au point de station ;

3°. Deux points visibles et une direction contenant la station.

37. En supposant, 1°. que trois points A, B, C, du terrain soient projetés en a, b, c (*fig.* 10) ; un lieu quelconque de station X sera déterminé, au moyen de la connaissance des angles formés par les directions conduites de ce point sur ceux de repère ; car en décrivant sur ab et ac des segmens capables des angles respectifs AXB et AXC, leur intersection x satisfera à la question.

Or, la planchette étant horizontale au point X, l'alidade dirigée successivement sur les points A, B, C, marquera autour d'un point m pris sur la verticale de X, les angles $a'mb'$, $a'mc'$ des plans verticaux d'observation ; donc en employant une feuille auxiliaire pour ce tracé, et en la posant sur la feuille du levé, de façon que les directions ma', mb', mc' passent en même temps par les points respectifs a, b et c, le décalque de m donnera x.

Mais les tâtonnemens que comporte cette superposition, pouvant produire quelqu'erreur appréciable sur le lieu de x, il sera généralement plus convenable de construire ce point par les segmens décrits sur ab et ac ; et comme cette dernière opération exige souvent le tracé de

grands arcs de cercle, on a cherché à employer l'alidade seule à leur description *par points*.

Remarquons pour cela, qu'en donnant à la planchette *mise en place* au point X, différens mouvemens sur son pivot; et en observant à chaque position l'angle AXB, de manière que la ligne de foi de l'alidade passe toujours par les points *a* et *b*; le sommet de cet angle se trouvera sur le segment capable, ensorte que les diverses positions voisines données à la feuille fourniront autant de points rapprochés de l'arc à décrire (*pourvu toutefois que les verticales des sommets graphiques ne s'écartent du point X que dans les limites* $\frac{M^m}{5000}$, *art.* 30). Donc si l'on dirige une ligne quelconque $x'a$ sur A, et que l'on trace avec l'alidade $x'b$ sur B, l'angle AXB sera formé en x'; adoptant alors une nouvelle orientation ax'' du côté AX, la direction bx'' fournira aussi l'angle $ax''b$ *graphiquement* égal à AXB, et ainsi de suite, de manière à décrire *par points* l'arc $x'x''x'''$... On obtiendra semblablement et en même temps, les points y', y'', y'''... de l'arc décrit sur ac, en combinant les lignes cy', cy''... avec ax', ax''....: l'intersection x de ces courbes, donnera par conséquent la projection du point X, qu'on pourra vérifier au moyen de la troisième courbe $z'z'z'''$, provenant de la combinaison des côtés bx', bx''... avec cy', cy''...

Ce problème, nommé *construction des courbes de recherche*, est d'un usage fréquent dans les opérations topographiques; sa solution n'exige généralement que deux déplacemens successifs de la planchette sur son pivot, lorsqu'on a acquis l'habitude d'en diriger le sens.

Il est inutile d'ajouter que cette question ne peut se résoudre, quand les quatre points A, B, C et X se projettent sur la même circonférence.

38. Lorsque, 2°. on connaîtra la position orientée au point X, et deux points A et B placés en *a* et *b* (*fig.* 4);

on pourra avec deux coups d'alidades passant par a et b obtenir le point x intersection des deux directions orientées (*exemple, chap. III du Supplém.*).

39. En admettant 3°. que l'on ait sur la planchette la trace mn (*fig.* 11) contenant la position graphique du point de station X, et en outre a et b représentant A et B ; il pourra se faire que la ligne mn repérée sur le terrain, permette d'orienter la planchette ; alors on sera dans le cas de l'article précédent : mais si cette ligne n'est pas connue sur le terrain, on construira la courbe de recherche relative à AXB qui coupera généralement mn en deux points x et x', dont un seul satisfera à la question ; on distinguera facilement ce point, quand les repères a et b seront de part et d'autre de mn. Mais il y aura indétermination dans le cas contraire (*exemple, chapitre III du supplément*).

40. Pour qu'un levé encadré s'assemble sur un canevas général, il doit se raccorder avec les autres feuilles ; et par conséquent il faut qu'il contienne d'avance un point et une direction de ce canevas, ainsi que l'indication de l'échelle.

Or, si le point est en dehors de la direction, on en conclut une base de départ, sans mesurer de distance, ainsi qu'on l'a fait voir art. 35.

Mais quand le point est donné sur la direction même, la connaissance d'une base ne s'ensuit pas ; et dès lors, il sera indispensable d'en mesurer une que l'on rapportera à l'échelle voulue. La disposition de cette base s'obtient généralement, en choisissant deux points X et Y (*fig.* 6) tels qu'on puisse chaîner XY, et apercevoir de chacun d'eux le point donné A, ainsi qu'un autre point B repèrant la direction connue ; on construit alors suivant l'échelle, une figure $a'b'y'x'$ semblable à ABYX que l'on appuie sur la direction ab homologue à $a'b'$, ensorte que xy représentera XY en grandeur et en position.

Il est évident que si l'on eût pu stationner au point A, on ne se serait servi que d'un point auxiliaire X, qu'on aurait projeté par la mesure de AX orientée.

Dans le cas particulier où un point quelconque X de la direction donnée, serait accessible de telle manière qu'on pût mesurer une base XY à partir de ce point (*fig.* 12); on y placerait la planchette qu'on orienterait au moyen de la direction $x'a$, et on tracerait $x'y'$ en direction de XY; se transportant alors au point Y, et mesurant en même temps XY, on orienterait la planchette sur $x'y'$; puis faisant tourner l'alidade sur le point a jusqu'à ce qu'elle soit en direction YA, l'angle $x'ay'$ égalera XAY; donc en traçant dans cet angle une droite parallèle à $x'y'$ et égale à la mesure graphique de XY, cette ligne xy formera le triangle xay représentant XAY, et sera par conséquent la position de la base mesurée.

41. Les différentes questions que nous venons de traiter, pouvant être regardées comme principes de toutes celles qui se présentent sur le terrain; il nous reste à faire connaître jusqu'à quelles limites on doit exécuter un canevas secondaire avec la planchette.

Rappelons à cet effet l'art. 38 où l'on place graphiquement un lieu de station, au moyen de l'orientation de la planchette et des positions de deux points de repère visibles; la solution facile et immédiate de ce problème, fait désirer qu'on puisse y ramener la détermination des points de détails d'un levé topographique; et l'on arrivera à ce but, si l'on parvient à orienter un levé d'une manière indépendante de son lieu de station.

Or, on sait que pour des stations comprises dans un espace très-étendu, la direction libre d'une aiguille aimantée se trouve toujours dans des plans verticaux parallèles; donc, si après avoir orienté un levé, on adapte à la planchette une aiguille aimantée équilibrée sur un pivot, et qu'on marque sur le papier la direction de cette

aiguille ; on conclura pour chaque autre station l'orientation de la feuille, en faisant coïncider la direction repérée avec l'aiguille aimantée. Toutefois, l'orientation ainsi obtenue n'étant jugée que par la ligne qui joint le centre du pivot à l'extrémité de l'aiguille, elle n'aura absolument lieu que pour les distances graphiques n'excédant pas cette longueur : d'où il suit *qu'on ne pourra employer l'aiguille aimantée comme moyen d'orientation d'une feuille topographique, qu'après avoir placé sur cette feuille des points de repère distans graphiquement dans les limites indiquées par la longueur de cette aiguille* : et par conséquent on pourra prendre ces limites mêmes pour celles des canevas à construire avec la planchette et l'alidade.

42. Il est essentiel d'observer que l'orientation primitive de la planchette dépendant de l'angle de collimation de l'alidade (art. 29) ; la direction de l'aiguille aimantée, tracée sur le plan, dépendra aussi du même angle, et qu'ainsi *cette ligne de repère devra être réglée pour chaque alidade.*

43. Afin de transporter facilement une aiguille aimantée, et pour la disposer en station, on la renferme sur son pivot, dans une boîte rectangulaire ABCD (*fig.* 13), dont un côté AB sert à repérer sur le papier la direction de l'aiguille. Un point mobile dans l'intérieur de la boîte, ou mieux encore un arc gradué sert à reconnaître la position de l'aiguille par rapport à AB. L'instrument ainsi construit se nomme *déclinatoire.* Il se réglera donc en orientant la planchette au moyen de points trigonométriques, et plaçant la ligne de foi AB sur une direction quelconque du levé : la graduation indiquée par la pointe de l'aiguille sera la déclinaison de l'instrument propre aux orientations de la planchette *eu égard* à l'alidade employée et à la direction repérée.

CHAPITRE III.

Exécution des Détails d'un Plan.

44. Le levé d'une feuille est *préparé* à recevoir immédiatement les détails topographiques, quand on y a projeté assez de points de repère, pour que chacun des côtés du canevas résultant puisse s'orienter avec l'aiguille aimantée.

45. Si donc en exécutant à la planchette un canevas secondaire, on a choisi des points de repère tels qu'on en aperçoive deux à chaque station principale de détail; cette station sera projetée, en orientant la feuille topographique avec un déclinatoire réglé, et donnant un coup d'alidade sur l'un et l'autre des deux points.

46. Mais en observant que la feuille de la planchette est composée de différentes parties ou carreaux, dont les détails ont été rendus indépendans les uns des autres par la disposition du canevas; on remplacera avantageusement dans la pratique cette planchette, par une planche ou carton de petites dimensions, servant à tendre quelques-uns des carreaux préparés.

47. En remarquant aussi, que chaque coup d'alidade sur une direction quelconque, trace l'angle de cette direction avec la ligne de repère de l'aiguille aimantée; on pourra considérer l'alidade et le déclinatoire, comme parties principales d'un instrument angulaire, propre à indiquer les angles formés par l'aiguille avec des directions quelconques: il sera donc permis de remplacer ce système par un autre de moindres dimensions, formé d'un limbe entier ayant pour diamètres l'aiguille aimantée et une lunette ou tuyau mobile analogue à celui de l'alidade; se proposant alors de suppléer à la ligne de foi de cette

alidade, au moyen d'un *rapporteur* ou demi-cercle transparent et gradué.

48. On nomme *boussole* l'instrument angulaire construit dans le but que l'on vient d'énoncer. Il y en a de différentes sortes, selon le mode d'assemblage des parties principales (*Supplément, art.* 110). La boussole employée dans les opérations topographiques, est composée d'une boîte dont le fond porte un limbe, au centre duquel est fixé le pivot de l'aiguille aimantée; l'alidade plonge à frottement le long d'un côté de cette boîte, sous laquelle s'adapte le genou d'un trépied (*fig.* 25.)

On obtiendra donc l'angle d'un plan vertical quelconque avec l'aiguille aimantée, en établissant la ligne d'observation de l'alidade dans ce plan.

49. L'indication de cet angle sur le limbe, sera affectée de la collimation de l'instrument, c'est-à-dire de l'angle formée par le plan de collimation de son alidade avec le rayon *zéro* du limbe ou sa ligne de foi.

Cette collimation est évidemment la même que celle dont nous avons parlé (art. 42), en sorte que la direction de l'aiguille aimantée tracée sur le papier doit en dépendre : or, cette trace de repère est le côté de départ de tous les angles observés à la boussole, donc elle doit être réglée relativement à cet instrument.

50. En appliquant par conséquent ici ce qui a été dit article 43 pour le déclinatoire, *on déclinera un côté quelconque d'un plan par rapport à une boussole*, ou bien on tracera sur ce plan le rayon *zéro* de l'instrument, en faisant avec le côté choisi l'angle dont la graduation est indiquée par l'aiguille, lorsque l'alidade est établie dans le plan vertical de ce côté.

51. Afin de ne pas multiplier les lignes auxiliaires sur les minutes topographiques, on peut prendre pour origine des angles de la boussole, ou *directrice principale*, un des axes coordonnés servant de cadre à la feuille;

mais alors *il faut décliner la boussole par rapport à cette ligne*, c'est-à-dire connaître l'angle que la directrice choisie fait avec le rayon *zéro*. Cet angle est la différence de celui primitivement lu sur le limbe, avec l'angle formé par la directrice et la projection du côté de station. On combinera donc cette différence ou *déclinaison* positive ou négative, avec la graduation marquée par l'aiguille à chaque observation, pour avoir l'angle à rapporter sur le papier.

On éviterait enfin cette dernière correction constante, en faisant mouvoir le limbe, de manière que la nouvelle graduation fût l'amplitude même de l'angle à rapporter, ce qui ferait marquer à l'index de ce limbe la déclinaison de la boussole employée, *relativement* à la directrice choisie.

52. Le rapporteur dont on se sert ordinairement pour décrire sur le papier les angles observés, est un demi-cercle en corne transparente, gradué de même que le limbe de la boussole, et terminé par une règle parallèle au diamètre (*fig.* 14). Chaque division de l'instrument porte les deux graduations appartenant au même diamètre.

Pour déterminer la trace graphique d'un plan vertical passant par un point quelconque : on établit sur une directrice le rayon du rapporteur correspondant à la graduation observée, et l'on fait glisser l'instrument parallèlement à lui-même, jusqu'à ce que sa règle ou ligne de foi rencontre la projection du point : cette ligne sera alors la trace cherchée.

On voit (*fig.* 16) que la règle du rapporteur ne servira à marquer immédiatement une direction observée, qu'autant que le point de passage de cette direction, se trouvera dans l'espace décrit par AB pendant le mouvement de l'instrument, c'est-à-dire entre les parallèles à la directrice menées par A et B. Si cette condition n'avait pas lieu, en employant les axes existans sur la feuille, on re-

courrait à une parallèle à ces axes, dont la distance au point de repère fût dans les limites convenables.

53. On pourra néanmoins se dispenser quelquefois de ces parallèles auxiliaires, en rapportant l'angle observé par le moyen des axes coordonnés perpendiculaires aux directrices primitives. Pour cela, on aura égard à la déclinaison de la boussole relativement à ces nouveaux axes, c'est-à-dire, on corrigera d'un angle droit les angles qu'on devait primitivement tracer; et cette correction sera toute effectuée, en se servant d'un second limbe marqué sur le rapporteur de manière que son rayon *zéro* soit perpendiculaire au diamètre principal.

Ce second limbe est le rapporteur *complémentaire*.

54. Nous ajouterons, concernant le rapporteur: qu'il pourra arriver que sa ligne de foi CD (*fig.* 15) ne soit pas parallèle au diamètre principal, et qu'ainsi il existera une collimation dans la désignation angulaire fournie par cet instrument. Il sera donc nécessaire d'avoir égard à cette collimation, lorsqu'on employera le rapporteur à décrire les angles observés à la boussole.

Or, nous avons vu que pour décliner le côté d'un plan par rapport à une boussole (art. 50), ou bien pour régler une boussole relativement à une directrice du plan (art. 51), on était obligé de comparer l'angle de la boussole avec un angle graphique mesuré au moyen du rapporteur; la collimation de la boussole et celle du rapporteur se combinent donc dans la valeur de la déclinaison, et par conséquent, la boussole, le rapporteur et la directrice du plan sont réglés conjointement.

Nous conclurons enfin, *que la boussole et le rapporteur dont on se servira dans les opérations topographiques, devront être préalablement repérés entr'eux.*

55. La direction de l'aiguille aimantée étant susceptible d'être altérée par la présence de matières ferrugineuses dans sa sphère d'activité, il sera important de vérifier

fréquemment si son mouvement reste libre. Pour cela, il faudra rattacher autant que possible, les opérations de boussole à trois points de repère, et alors si les trois directions graphiques correspondantes se coupent au même point, la boussole sera telle qu'elle aura été réglée; sinon, le point de station se déterminera d'après les considérations suivantes :

Quelle que soit la direction d'une aiguille aimantée, l'angle formé en un point par deux lignes, sera toujours la différence des inclinaisons de ces lignes sur l'aiguille; donc on aura l'amplitude d'un angle au moyen de la boussole, en retranchant l'une de l'autre les graduations correspondantes à chacun de ses côtés, et par conséquent on obtiendra les angles formés d'un point sur trois autres, en combinant deux à deux les inclinaisons des trois côtés; ainsi, trois points de repère placés dans les limites d'orientation de l'aiguille aimantée, fourniront toujours le moyen de déterminer à la boussole une station quelconque (article 37), indépendamment des altérations survenues au mouvement de l'aiguille. La projection de cette station, fera en outre connaître la déviation éprouvée.

Il résulte de là, que si au lieu de se borner à deux points de repère, pour placer chaque station à la boussole, on a recours à trois de ces points, lorsque les stations auront quelqu'importance: on évitera toujours les erreurs graves résultant de la déviation accidentelle de l'aiguille aimantée.

56. Une autre précaution essentielle à l'emploi de la boussole, est de vérifier si le pivot de l'aiguille est bien au centre du limbe, car il pourrait arriver que le jeu de la boîte entourant ce limbe ne tendît à le décentrer. On reconnaît la place du pivot, en observant une même direction, avec l'alidade placée successivement à droite et à gauche de ce pivot, qui sera au centre, si les deux graduations marquées, diffèrent juste d'une demi-circonfé-

rence : dans le cas contraire, l'angle que la direction visée fera avec l'aiguille aimantée, sera la demi-somme des deux graduations; et tant que le limbe sera décentré, on devra évaluer toute inclinaison sur l'aiguille, par le concours de deux observations.

Il est nécessaire aussi de placer le rayon visuel de lecture d'un angle, dans le plan vertical de l'axe de l'aiguille; pour éviter la parallaxe occasionnée par la distance de la pointe de l'aiguille au limbe.

57. La manière dont nous avons passé de l'usage de la planchette proprement dite, à celui du déclinatoire, et enfin à l'emploi de la boussole, nous dispense de répéter avec ce dernier instrument, la solution des différens problêmes traités dans le chapitre précédent: car, aussitôt que la boussole et une directrice quelconque de la feuille topographique, auront été déclinées conjointement, la planchette sera avantageusement remplacée par la boussole, pour toutes les observations angulaires comprises dans les limites de l'aiguille aimantée.

58. Pour exécuter maintenant les derniers détails d'un plan : on choisira près de chacune de leurs masses, un point de station tel, qu'on y aperçoive deux et mieux encore trois points du canevas graphique, situés dans les limites de l'aiguille aimantée; on observera avec la boussole les directions sur ces points de repère, et leur intersection graphique projètera le point de station. Prenant alors des directions sur différens points de détail, et mesurant les distances correspondantes, on placera autant de ces points qu'on le jugera convenable pour figurer ensuite les autres à vue.

59. Les côtés à mesurer dans les détails étant toujours très-petits, on pourra généralement les estimer *au pas*, au lieu d'employer la chaîne; attendu qu'il suffira de les obtenir à $\frac{M}{5000}$ mètres près, $\frac{1}{M}$ étant l'échelle du levé

(art. 14). Or, on étalonne le pas, c'est-à-dire, on en évalue la longueur métrique, en énumérant ceux compris dans une distance qui a été mesurée à la chaîne, ou que l'on a projetée sur le plan et appréciée au moyen de l'échelle topographique.

CHAPITRE IV.

Récapitulation des principes de Planimétrie; et marche générale à suivre pour l'exécution d'un Plan, complétée par l'indication des principaux signes conventionnels, employés dans sa rédaction définitive.

60. Il est évident, d'après ce qui a été dit sur la mesure des bases et l'observation des angles, qu'il sera toujours plus long et plus pénible de construire un Plan avec une exactitude voulue, d'après des mesures de longueurs, qu'au moyen de l'évaluation des angles.

On doit donc avoir pour but, en topographie, d'exécuter les opérations sur le terrain avec le moins possible de mesures linéaires, et se proposer surtout, de circonscrire tellement les détails d'un plan, que les côtés indispensables à mesurer puissent s'estimer au pas, avec une approximation suffisante eu égard à l'échelle descriptive.

61. On peut conclure des principes que nous avons exposés jusqu'ici, la marche à suivre pour lever une étendue quelconque de terrain aussi exactement qu'on le voudra.

Après avoir choisi l'instrument angulaire le plus perfectionné que l'on puisse se procurer, on arrête par une reconnaissance préliminaire les sommets des triangles du canevas, de façon à donner à ceux-ci, autant que le permet la configuration du terrain, la forme la plus con-

venable possible, les côtés ne dépassant pas les limites prescrites (art. 14); on signale, s'il est nécessaire, les sommets reconnus, et on fait choix de l'emplacement d'une base, ou mieux encore de deux côtés assez éloignés l'un de l'autre, afin de servir de vérification.

On se transporte alors successivement aux sommets de station, et l'on y observe le plus près possible de la verticale du signal, les angles formés par les directions des côtés de triangles qui y aboutissent, ainsi que les inclinaisons de ces côtés sur l'horizon; on mesure aussi les élémens *r* et *y* de réduction au centre (art. 20); enfin, on évalue la base de départ et celle de vérification, s'il y a lieu, avec tout le soin que comporte l'échelle du levé.

Ces opérations trigonométriques étant terminées; on calcule tous les triangles en partant de la base, et en employant les angles tels qu'ils ont été observés, ce qui fournit les logarithmes des côtés *provisoires* servant au calcul des réductions au centre.

Les corrections à l'horison et au centre des angles observés, font conclure les vrais angles du canevas.

On compose alors, en partant de la base, tous les triangles du canevas, en ayant soin de rendre la somme des angles de chacun d'eux égale à deux droits; et on calcule les logarithmes des côtés correspondans, par les proportions établies entre ces côtés et les sinus des angles opposés.

Cela fait, on coordonne les positions de tous les sommets par rapport à des axes principaux établis à volonté (1); et on place chacun d'eux sur la feuille de détail qui lui est propre, ce que l'on reconnaît en subdivisant un *canevas provisoire* par feuilles numérotées selon leurs distances aux axes choisis.

Étant ainsi parvenu à préparer le levé de chaque feuille,

---

(1) Ces axes pourraient être déterminés par les considérations ci-après de l'art. 72.

on en dispose une sur une planchette, grande au moins comme la plus petite dimension de cette feuille, et l'on roule ce qui ne peut être tendu sur des cylindres adaptés aux extrémités de la planche ; on fait ensorte que la partie tendue présente le plus possible de points trigonométriques calculés, et par leur moyen, on triangule le terrain correspondant, jusqu'à ce que l'on obtienne sur le papier, des côtés compris dans les limites de l'aiguille aimantée.

Cette nouvelle subdivision s'exécute, en déterminant par l'un des procédés cités au chapitre deuxième, un point du terrain où la planchette soit en station ; on *rayonne* alors avec l'alidade tous les points environnans que l'on juge favorables pour repères, et on écrit les indications provisoires de ces points, sur le prolongement de leurs rayons, dans la marge de la feuille. On se transporte ensuite à un nouveau point du terrain, que l'on projette sur le papier, soit à l'aide du premier, et mieux encore en le rattachant directement aux points trigonométriques ; et l'on trace les directions partant de ce second point sur les objets que l'on *présume* avoir été visés précédemment, ainsi que sur de nouveaux points qui paraissent convenir. Une troisième station enfin, fera connaître par de nouvelles directions, si les points de la feuille coupés par les stations précédentes, correspondent effectivement aux repères du terrain ; et comme il serait possible que plusieurs objets eussent le même aspect, suivant des directions différentes, cette dernière station servira à en faire la distinction. On continuera ainsi de suite, à placer des points, tant directement que les uns par les autres, et on les désignera sur le papier, par des lettres ou des numéros consignés également sur les marges de la feuille, ou sur un calepin ; en spécifiant d'une manière détaillée, les indications respectives de chaque point.

Enfin, on étalonnera son pas de route sur une des bases connues graphiquement.

On évitera, autant que possible, l'emploi de jalons pour reconnaître les points de mire; un peu d'habitude apprendra à choisir pour repères, des objets stables, signalés naturellement.

Lorsqu'en triangulant à la planchette, on approche des endroits habités, où il y a beaucoup de détails à figurer; on en forme l'enceinte par un grand nombre de stations, par lesquelles on rayonne des girouettes, cheminées et pignons remarquables, qu'on n'arrête définitivement sur le papier, qu'après les avoir coupés au moins deux fois.

Pour relever les détails d'une feuille ainsi préparée, on pourra tracer sur de petites feuilles de papier, la position d'un certain nombre de points, au moyen de leurs carreaux, et s'occuper de chacun de ceux-ci en particulier, ce qui exigera moins d'embarras sur le terrain.

Après avoir décliné la boussole relativement à une directrice du papier, avec le rapporteur qu'on doit employer (art. 54), on partira (*fig.* 17) d'un point quelconque S, d'une église de ville ou village par exemple, où l'on stationnera la boussole, avec laquelle on observera les directions sur autant de repères possible A, B, C, et en même temps sur les points de détail M, P, Q, etc., voisins de cette station; on cotera sur le calepin les graduations correspondantes, ainsi que la figure à vue du terrain environnant le point S, et on rapportera aussitôt sur la minute le point *s*, ainsi que les directions *sm*, *sp*, etc. en ayant soin d'*amorcer* les détails relatifs. On se rendra alors à un second point T et chemin faisant on estimera au pas les distances TM, MN et NT qu'on notera sur le calepin. On déterminera directement le point T en *t* et l'on tracera en *tn*, *tp*, etc., les directions TN, TP, etc., observées comme précédemment; marquant donc les longueurs *tn* et *sm* en rapport à l'échelle avec TN et SM, la distance *mn* devra représenter la mesure MN, si le pas a été bien réglé, et surtout si la distance ST est peu longue. Dans le cas où l'on

trouverait quelque différence sur *mn*, on la répartirait sur les longueurs *sm*, *mn* et *tn*. Le point P sera d'ailleurs déterminé en *p*, par les directions SP et TP. En continuant le chemin ST, et arrêtant de part et d'autre quelques points de détail; on reviendra après un certain nombre de stations au point de départ S, ayant ainsi formé une enceinte, dont on lèvera les points intérieurs, en les rattachant au pas et avec quelques directions de boussole, à ceux qui ont été fixés dans l'opération précédente.

62. Le soin et l'exactitude à mettre dans la description des différentes parties du terrain, dépendent de l'importance et de la stabilité de ces dernières, que l'on peut diviser d'après cela en deux classes principales.

La première classe comprend: les lits des fleuves et rivières, les grandes routes, les contours et rues des villes et villages, les ruisseaux, les grands chemins pavés et ferrés, les contours et routes des forêts, et les habitations isolées.

La deuxième classe renferme: les chemins vicinaux, les sentiers, les ravins et fossés, les massifs de maisons, les contours de bois et bosquets, les escarpemens et rochers, les carrières, les mares et les divisions de culture, les intérieurs de parcs et jardins.

63. *Les bords des rivières* se lèvent au moyen de stations très-rapprochées, afin de tracer leurs intervalles à vue; il convient d'arrêter par recoupemens, quelques points remarquables d'un bord, pendant qu'on *chemine* sur l'autre, pour qu'on puisse souvent les figurer sans passer l'eau.

Les lignes-milieu des grandes routes se déterminent par des stations à la boussole, à chaque changement de direction; ou mieux encore à la planchette, en même temps qu'on exécute le canevas graphique.

Les contours et rues des villes et villages se rattachent autant que possible, immédiatement aux points de repère

fournis par la planchette ; et comme dans ces lieux, la direction de l'aiguille aimantée peut être fréquemment altérée, il conviendra alors de placer les points de détail, en mesurant des distances qui, pour être suffisamment exactes au pas, exigeront que les points de repère soient très-rapprochés ; sinon, on y emploiera la chaîne.

Les ruisseaux seront figurés au moyen de stations à la boussole, à tous leurs coudes ou détours principaux.

Les grands chemins pavés ou *ferrés* se lèvent le plus possible par intersection, en stationnant près de leurs détours, et de deux en deux.

Les contours des forêts s'arrêtent à la planchette, surtout aux débouchés de leurs routes et chemins principaux, dont on trace en même temps les directions, qui généralement se traversent à des carrefours servant alors de nouveaux points de repère, d'où l'on part à la boussole, et quelquefois avec la chaîne, qui peut être remplacée par le pas réglé, quand on chemine entre deux carrefours déterminés. Dans ce dernier cas, les détails sont assez bien placés, en divisant la ligne des deux repères, en parties proportionnelles aux nombres de pas séparant tous ces détails. Lorsque dans un levé, il se trouve une grande forêt, il est important d'en signaler quelques arbres voisins de carrefours ou de routes, qu'on déterminera dans le canevas primitif, ou au moins dans la triangulation à la planchette.

Enfin, *les habitations isolées*, quand elles ne servent pas de repères principaux, se lient à des stations très-voisines.

64. *Les chemins vicinaux*, *sentiers*, *ravins et fossés*, se lèvent par stations de distance en distance, près ou sur quelques-uns de leurs points, en disposant au pas et à vue les détails intermédiaires qu'on y observe.

Les massifs de maisons se figurent au pas et de rares directions, d'abord sur le calepin, et aussitôt après sur la *minute ;* en ayant soin de faire sentir, même en les exa-

gérant, les parties *saillantes* ou *rentrantes* de ces massifs, lorsqu'ils donnent sur les rues.

Les contours de bois ou bosquets se placent avec des stations à la boussole, de deux en deux de leurs angles principaux.

Les escarpemens et rochers se dessinent à vue, à l'aide de quelques-uns de leurs points remarquables.

Les carrières et les mares s'inscrivent dans des contours, mesurés au pas et avec quelques stations à la boussole.

Les divisions de culture s'arrêtent généralement au pas et à vue, avec d'autant plus de soin que l'échelle du levé est grande.

Les parcs et châteaux se lèvent en déterminant d'abord leurs contours extérieurement autant que possible, et profitant des *jours* ou issues pour repérer et diriger de grands alignemens, sur lesquels on appuye les détails de l'intérieur, que l'on figure alors à la boussole, au pas et même à vue.

65. Lorsqu'on exécute le plan d'un terrain, on doit recueillir et noter toutes les indications propres à sa description graphique.

Ces indications se traduisent avec un petit nombre de caractères conventionnels, relatifs les uns au genre de contours tracés sur le terrain, d'autres à la nature des surfaces circonscrites.

On emploie dans la rédaction d'une carte, des couleurs appropriées aux diverses indications que l'on doit exprimer. Les contours ou le trait s'exécutent à la plume, les surfaces se représentent avec des teintes au pinceau.

66. On distingue trois espèces de contours :

1.° Ceux formés par les terres ou les séparations naturelles;

2.° Les contours en maçonnerie;

3.° Ceux des masses ou cours d'eau.

Les couleurs *noire*, *rouge* et *bleue* faites avec l'encre de

Chine, le carmin et l'indigo, particularisent respectivement ces contours.

Les contours de la première espèce comprennent les chemins, sentiers, fossés, divisions de culture, palissades et haies.

Les *chemins* se dessinent avec deux traits également épais, représentant les lignes qui bordent leur largeur, et que l'on peut généralement considérer comme *graphiquement* parallèles.

La modification du trait permet d'indiquer sur un plan la nature de ses chemins :

Les chemins *praticables aux voitures* sont tracés avec deux lignes pleines.

Ceux *non-praticables aux voitures*, se marquent avec un trait plein, et l'autre ponctué par élémens de lignes ou points longs.

Les chemins *qui se perdent dans les terres*, se représentent avec deux lignes ponctuées.

On exprime que les chemins sont *pavés* ou *ferrés*, au moyen d'un trait pâle, rouge ou noir, sur leur ligne milieu.

Les *sentiers* regardés comme chemins très-étroits se dessinent par un seul trait, qui est plein, pour les sentiers continus, et ponctué quand ils se perdent.

Les *fossés* se rendent par deux traits limitant leur encaissement, pleins et à l'encre pâle.

Les *simples divisions de culture* se font à l'encre pâle, avec un trait plein.

Lorsque ces divisions sont formées de *palissades* ou de *haies*, les premières s'indiquent par des petits points ronds égaux et uniformément distans; les haies se figurent par des points contigus et inégaux.

Les contours de la seconde espèce se marquent en lignes pleines pour les *murs en bon état*, et avec des traits ponctués pour les *murs ruinés*.

Tous les traits de la troisième espèce de contours sont pleins : les *ruisseaux qui peuvent être franchis sans le secours d'un pont*, se désignent par un seul trait plus ou moins épais.

67. On emploie pour former les teintes relatives aux différentes productions du terrain, les trois couleurs propres au trait, et le *jaune* ou gomme-gutte.

Quelque variées que soient les natures de ces productions, on en ramène l'exécution à celle d'un petit nombre de teintes principales, renfermées dans le tableau suivant :

NATURES des PRODUCTIONS.	NOMS des TEINTES.	COMPOSITIONS APPROXIMATIVES.
Terres labourées	Nankin terne	2 p. J. 1 p. R ¼ p. N. (*)
Sables	Nankin brillant	2 J. 1. R
Prairies	Vert d'herbes	3 J. 1. B
Vignes	Lie de vin	4 R. 1. B ¼ N.
Eaux	Bleu pur	Bleu pâle.
Bois	Jaune-feuille-morte	8 J. 1. B. (**)
Habitations	Rouge pur	Rouge foncé.

Les plus remarquables des autres productions, savoir :

Les *friches* ou *jachères* composées de champs et prés ;

Les *bruyères* . . . . herbes vertes et rouges ;

Les *broussailles*, ... taillis et prés,

s'expriment en disposant en panaché, les teintes composantes primitives.

(*) On se dispense la plupart du temps, de mettre des teintes sur les terres labourées.

(**) Il serait peut-être plus convenable d'employer le jaune pur pour la teinte des bois.

Lorsqu'on voudra indiquer que certaines parties du terrain sont humides ou marécageuses, on ménagera dans la teinte principale, des intervalles qu'on remplira ensuite de bleu pâle.

Il faudra avoir soin d'étendre d'eau chaque teinte, de sorte que celles qui doivent représenter les ressources et les obstacles les plus importans, se détachent davantage sur les autres. On facilitera cet effet, en lavant ces teintes dans l'ordre de leur moindre importance, indiqué par le tableau précédent.

Les *arbres isolés*, tels que ceux des vergers, jardins et chemins, se représentent avec des petits points ronds noirs ou verts.

Les *bâtimens publics* se distinguent des habitations ordinaires, par une teinte plus foncée.

Enfin, les *points trigonométriques* se reconnaissent au moyen d'un petit triangle qui les circonscrit dans une étendue d'un millimètre de rayon.

68. Comme il est important d'exprimer sur la minute au crayon, le plus grand nombre d'indications possible; on se servira pour décrire les contours de cette minute, des conventions établies article 66, relativement aux chemins, sentiers, fossés et divisions de culture; on distinguera les murs, en grossissant par rapport aux autres les lignes qui les projettent. Les bâtimens se masseront légèrement au crayon, et les natures de terrain se désigneront par les lettres initiales de leurs noms.

69. Nous terminerons ce chapitre, en faisant voir comment on utilise sur un Levé régulier, les matériaux de planimétrie que l'on peut rencontrer.

Supposons donc que l'on ait un plan à échelle quelconque et même inconnue, d'une partie du terrain que l'on doit décrire : on déterminera sur le canevas graphique des points *a*, *b*, *c*, etc. (*fig.* 50), correspondans à ceux A, B, C, etc. du plan auxiliaire; et si ce dernier a été

régulièrement exécuté, la figure ABC, etc. sera parfaitement semblable à *abc*... et dès lors les détails de ABC... pourront se rapporter exactement sur la feuille topographique (*supplément*, *art.* 143); dans ce cas une simple reconnaissance à vue du terrain, suffira pour en compléter la description. Mais il arrivera le plus souvent, que les polygones comparés ne seront pas parfaitement semblables, et qu'ainsi la copie sur la minute, des détails auxiliaires, sera inexacte. Il faudra alors redresser ces erreurs par des stations à la boussole, et corriger à vue seulement, les parties les moins importantes.

Il est évident que plus l'échelle du levé sera petite en comparaison de celle des matériaux auxiliaires, et moins les inexactitudes de ceux-ci deviendront sensibles; tandis que l'amplification de ces données sera de peu de secours pour les Levés réguliers.

CHAPITRE V.

Détermination de la Méridienne *pour axe principal d'un Levé topographique : et limites de Planimétrie eu égard à la forme de la Terre.*

70. Lorsque le pays dont on doit faire le canevas trigonométrique, offre des obstacles insurmontables à l'enchainement des triangles; on est obligé de décomposer le rézeau en différentes parties isolées, qu'on ne pourra réunir, qu'en connaissant la position géographique d'un point de chacune d'elles, et en même temps la disposition respective de leurs axes principaux.

Les points de départ des réseaux particuliers, se coordonnent par la détermination de la *longitude* et de la *latitude* de chacun d'eux; d'ailleurs le choix de la ligne

méridienne du point-milieu de ces réseaux pour axe principal du canevas correspondant, donnera la facilité de repérer entr'eux tous les axes coordonnés ; et par conséquent il sera possible de former un assemblage continu des opérations faites isolément.

Ainsi, quand des opérations topographiques devront concourir à un ensemble d'une grande étendue ; il sera convenable de choisir pour leurs axes principaux, la méridienne et la perpendiculaire de leur point-milieu.

71. Pour connaître sur un canevas la direction de la méridienne, on aura besoin de l'angle formé par cette ligne avec un côté quelconque du canevas. Cet angle que l'on nomme *azimuth*, se détermine très-exactement, à l'aide des observations *astronomiques*.

Mais lorsqu'il s'agit de tracer immédiatement cette méridienne, sur un canevas de petite étendue ; on peut se dispenser de la rigueur voulue dans les calculs.

Si d'un point pris sur le côté dont on cherche l'azimuth, on peut apercevoir le lever et le coucher d'un même astre, et qu'on observe l'angle horizontal de chacune de ces directions avec le côté terrestre, la demi-somme de ces angles fournira l'azimuth ; puisque la méridienne partage en parties égales, l'angle des plans verticaux conduits sur le lever et le coucher de l'astre.

La *hauteur méridienne* d'un astre, indiquée pour chaque jour, dans l'annuaire du bureau des longitudes, donne aussi le moyen de repérer le méridien. Pour cela, on fait marquer cet angle de hauteur par la lunette d'un cercle dont le limbe est vertical, et l'on suit le mouvement de l'astre jusqu'à ce qu'il traverse le micromètre ; alors le plan du limbe est le méridien, qu'on arrête en faisant plonger la lunette, jusqu'à la rencontre d'un objet terrestre.

72. On peut aussi marquer sur une planchette la trace du plan méridien, au moyen du mouvement du soleil; car si

on élève sur cette planchette dressée horizontalement, un *style* terminé par une plaque percée d'un petit trou, ce trou sera le sommet d'un cône ayant pour base la circonférence décrite par le soleil le jour de l'observation ; or, le plan méridien coupera symétriquement toutes les sections coniques qui lui seront perpendiculaires ; donc la trace du cône solaire sur la planchette, sera symétrique par rapport à la ligne méridienne ; et par conséquent, en conduisant par la projection du sommet, une normale à *l'hyperbole* de section, cette normale sera la ligne méridienne elle-même ; mais cette hyperbole ou trace horizontale du cône solaire se construira par points, *lieux* des spectres solaires à différens instans du jour ; donc en observant ces points, et en décrivant des circonférences ayant des rayons quelconques et pour centre commun la projection horizontale du trou ; les milieux des arcs interceptés par l'hyperbole, seront sur une même ligne droite normale à cette courbe et passant par son centre ; cette ligne sera dès-lors la méridienne cherchée.

Il est évident que si la planchette a été primitivement orientée avec une alidade sans collimation, on obtiendra précisément l'azimuth d'un côté du canevas.

Au reste, la détermination de la méridienne n'étant pour les levés de détail, qu'un motif de curiosité, nous ne nous étendrons pas davantage à cet égard.

73. Dans ce qui a été dit sur le levé des plans, nous avons supposé que l'horizon de chaque station était parallèle au plan horizontal qui a été choisi pour repère, c'est-à-dire que nous avons admis le parallélisme de toutes les verticales de l'étendue à décrire. Cependant ces verticales concourent au centre de la Terre, et par conséquent, les différens horizons considérés ne sont pas parallèles, ensorte que les parties du *plan* qu'ils contiennent, seront altérées, en parlant rigoureusement, lorsqu'on les placera

sur le plan de repère commun : et cette altération sera d'autant plus grande, que le plan de station et celui de projection seront inclinés l'un à l'autre, c'est-à-dire qu'on s'éloignera davantage de la station principale de la carte. Il convient donc d'établir les limites sur la surface terrestre, au-delà desquelles on ne peut supposer les verticales parallèles, sans erreur sensible dans l'exécution d'un plan.

Ces limites sont évidemment celles où un arc terrestre peut être pris pour sa tangente ou son sinus : or, ces lignes trigonométriques ont pour différence dans l'angle d'*un grade*, la $\frac{1}{2500000^e}$ partie du rayon ; on pourra donc prendre pour différence de l'arc correspondant avec son sinus ou sa tangente, la cinq-millionième partie du rayon. Mais un degré du méridien terrestre ayant été trouvé de 100000 ^{m}., le rayon de la terre sera à peu près de 6366196^m., dont la cinq-millionième partie égale 1^m. 37 ; donc un arc terrestre de 100000 ^{m}. ou 20 lieues de longueur, ne différera de son sinus ou de sa tangente que de 1 ^{m}. 37, et par conséquent une calotte sphérique de 20 lieues de diamètre, pourra s'appliquer sur sa base, sans erreur apréciable en topographie.

DEUXIÈME PARTIE.

Nivellement, Figuré du relief du Terrain.

Le nivellement du terrain, ainsi que le figuré de ses mouvemens, font le sujet du Mémoire topographique publié en décembre 1824.

Cette partie, comprenant 60 articles et environ 40 pages, est composée des cinq chapitres suivans :

Chapitre 1.er *Détermination des coordonnées verticales des points du terrain.*

Chapitre 2.e *Description géométrique de la surface du terrain.*

Chapitre 3.e *Considérations sur les effets à produire dans le dessin des cartes topographiques.*

Chapitre 4.e *Exécution graphique des mouvemens du terrain.*

Chapitre 5.e *Théorie du nivellement, eu égard à la réfraction, et à la forme générale de la Terre.*

LIVRE DEUXIÈME.

TOPOGRAPHIE IRRÉGULIÈRE.

---

74. Le choix de l'échelle d'un levé topographique, désignant la précision à rechercher dans les opérations géodésiques relatives à ce levé; il résulte que ces mêmes opérations, tant peu exactes soient-elles, pourront toujours produire un levé régulier: en adoptant pour celui-ci, une échelle telle que la limite connue d'inexactitude devienne inappréciable au compas.

Or, puisque les détails d'une carte régulière sont d'autant plus petits que l'échelle est moindre, il doit exister une limite où la régularité recherchée est illusoire, par le peu d'utilité qu'elle présente; aussi les échelles des levés réguliers ne dépassent-elles pas le $\frac{1}{20000}$ • fournissant 4 mètres d'inappréciation graphique.

75. Si la régularité d'une carte devient d'autant plus désirable, que son exécution doit diriger des travaux importans sur le terrain; il n'en sera plus de même, quand on se bornera à connaître la nature et le nombre des communications d'un pays, ou bien à former une description préparatoire de l'ensemble d'un figuré : puisqu'alors on aura moins pour but l'évaluation de chacune des parties du terrain, que d'en rappeler l'existence d'une manière plus ou moins sensible. Il suffira donc dans ce cas, de fixer avec quelque soin les principales limites du levé, et d'y coordonner les détails, par des moyens moins rigoureux et plus expéditifs que ceux qui ont été précédemment employés; et comme la grandeur de l'échelle devra repro-

duire visiblement ces détails, on encourra des erreurs plus fortes que n'en indiquera cette échelle, et conséquemment le levé sera *irrégulier* (art. 5).

76. Les opérations militaires exigeant une connaissance préliminaire du terrain qui doit en être le théâtre, la description y relative ne peut être faite avec trop de promptitude. C'est pourquoi les procédés rigoureux sont en grande partie négligés, et cependant les détails principaux devant être exprimés de manière à être facilement aperçus : il s'ensuit qu'un levé irrégulier formera une partie essentielle des *Reconnaissances Militaires*, en offrant un ensemble d'indications relatives à la figure du terrain.

77. Il est évident que l'échelle d'un levé irrégulier devra être d'autant plus petite, qu'on pourra mettre moins de précision aux opérations géodésiques ; d'abord pour rendre moins apparentes les erreurs d'exécution, et aussi pour renfermer dans la moindre étendue possible, une réunion plus considérable de formes principales.

Il sera d'ailleurs naturel d'adopter pour la plus grande échelle des cartes irrégulières, la dernière des levés géométriques.

78. Deux questions générales se présentent dans la topographie irrégulière :

1.° L'exécution des levés irréguliers au moyen d'instrumens ;

2.° La description topographique à vue, ou sans instrumens.

Quelque peu de moyens que l'on ait pour ces opérations, il faudra éviter que les erreurs de détail se compliquent, de manière à altérer trop fortement les dimensions principales de la carte, et pour cela il conviendra de circonscrire ces détails par des polygones déterminés avec plus de soin, c'est-à-dire, qu'on devra former un canevas trigonométrique analogue à celui des levés réguliers.

79. Nous avons vu dans la topographie régulière, où l'on se sert d'instrumens suffisamment parfaits, qu'il valait mieux observer les angles d'un canevas, que d'en mesurer les côtés; mais lorsque les instrumens employés dans l'exécution d'un canevas n'ont pas la perfection voulue, on devra chercher à construire ses triangles par la mesure de leurs côtés, plutôt qu'en évaluant leurs angles.

En effet, on conclut de l'expression $\sin \varphi < \frac{e}{c}$ obtenue art. 13 : que pour des erreurs commises sur la mesure des côtés, il en résultera sur les angles opposés des variations c fois plus petite ; tandis que $e > c \sin \varphi$ fait voir que les erreurs e des côtés opposés suivraient par rapport à φ une marche plus rapide. Il s'ensuit donc que les opérations géodésiques des levés irréguliers devront consister le plus possible dans la mesure ou estimation des bases, de préférence à l'évaluation des angles.

CHAPITRE PREMIER.

Topographie irrégulière avec les instrumens.

80. Les expériences faites sur le son, permettent de l'employer comme moyen de mesurer approximativement des grandes bases (1).

(1) On démontre en physique, au moyen de la machine pneumatique, que l'air est le véhicule du son : de sorte qu'on peut dire que la sensation de ce dernier, est produite par les vibrations de l'air mis en mouvement par une cause quelconque.

L'expérience prouve aussi que l'intensité du son varie avec la densité de l'air et son élasticité.

L'effet instantané de la lumière, combiné avec la vitesse du son,

On a remarqué que la vîtesse du son était très-limitée; qu'elle était constante, quel que fût l'état barométrique ou thermométrique de l'atmosphère, soit que le son fût fort ou faible, grave ou aigu. Cette vîtesse a été trouvée, par un temps calme, de 337 mètres environ par seconde; on a observé aussi que le vent n'influait sensiblement sur la vîtesse du son, qu'autant que sa direction était à peu près sur la même ligne que celle du son; enfin, on a évalué à 10 mètres l'altération de la vîtesse du son occasionnée par un vent ordinaire, et à 30 mètres celle causée par un vent orageux.

Cela posé, lorsqu'on pourra estimer le temps écoulé entre l'origine du son et la sensation qu'il produit dans un lieu quelconque, on aura la distance de ce lieu au point de départ, en multipliant le nombre des secondes observé, par ($337^m \pm$ la vîtesse du vent). Or, l'explosion des armes à feu occasionne une lumière instantanée, en même temps qu'un son plus ou moins violent; donc, si on compte le temps écoulé entre l'apparition de la lumière ou la naissance du son et l'audition de ce dernier, on pourra évaluer la distance du lieu de l'explosion à celui de l'observation.

81. On obtiendra plus exactement cette distance, en la rendant indépendante de l'action du vent. A cet effet, deux observateurs se placeront aux extrémités A et B d'une ligne AB, et feront chacun une détonnation à peu près dans le même moment; soient t et t' les temps employés par le son pour parcourir AB et BA; v la vîtesse du son *calme*, λ la correction de cette vîtesse due au vent, et D la distance AB; l'observateur A aura: $D = t\,(v \pm \lambda)$, et l'observateur B obtiendra: $D = t'\,(v \pm \lambda)$; en éliminant donc λ entre ces deux équations, il viendra $D = \frac{2vtt'}{t+t'}$.

conduit à conclure que cette vîtesse est uniforme, quelque faible que soit l'intensité du son.

Cette expression fait voir : que si l'on connaît primitivement la valeur de D, on déterminera facilement la vîtesse du son calme.

Enfin, en éliminant entre les équations obtenues, celle des quantités D ou V que l'on ne connaîtrait pas, on conclurait la valeur de λ pour le moment de l'observation. (*Application, chapitre III du supplément.*)

82. Les côtés du canevas d'un levé irrégulier, pourront donc s'estimer à l'aide de détonations d'armes à feu, lorsque les sommets seront tous accessibles. Mais si on ne peut arriver à tous ces sommets, il faudra compléter les observations par la mesure de quelques angles.

Le sextant, facile à employer dans un lieu quelconque, sera très-utile pour l'observation de ces angles ; il en est de trois pouces de rayon qui donnent des approximations angulaires suffisantes. (*Supplément*, *art.* 118.)

On calcule les triangles, au moyen des angles tels qu'on les a observés, sans aucune réduction ni au centre ni à l'horizon ; et afin de diviser un levé, tel étendu qu'il soit, en feuilles de détail, on rapportera les coordonnées des sommets à deux axes principaux convenablement choisis, de la manière qui a été indiquée art. 23 (1).

83. Les principes d'exécution des détails d'un levé irrégulier, sont les mêmes que ceux qui ont été exposés pour les levés géométriques ; la *planchette* est remplacée par un carton ou une petite planche, que l'on appuie sur une canne : l'*alidade* consiste en une règle surmontée de deux épingles comme pinnules ; le *déclinatoire* est une petite

(1) Lorsqu'un triangle aura été déterminé par la mesure de ses côtés, on en obtiendra les angles au moyen de la formule trigonométrique : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, qui fournit $\sin^2 \frac{A}{2} = \left(\frac{\frac{S}{2} - b}{b}\right)\left(\frac{\frac{S}{2} - c}{c}\right)$ où $S = a + b + c$.

boussole de poche, de la forme d'une montre, que l'on fixe sur le carton au moyen de vis. Enfin, la *boussole de main* à limbe suspendu (supplément, art. 111) offre un moyen prompt d'observer les angles de détail. On pourra aussi composer une *équerre d'arpenteur* avec une petite planche clouée sur un bâton et trois épingles, que l'on règle comme pinnules (art. 122 du supplément).

Une station de départ se détermine au moyen des courbes de recherches; après quoi on décline l'aiguille aimantée, en orientant le levé avec la règle, et en repérant la position du déclinatoire.

Quand on pourra se placer sur le terrain, à l'intersection de deux alignemens connus, on en conclura très-exactement la position graphique de cette intersection.

Les angles principaux de détail se construisent aussi par la mesure des côtés d'un triangle, dont l'angle à évaluer est un sommet. Soit (fig. 4) AXB l'angle du terrain que l'on se propose de tracer; on mesure au pas les côtés XA, AB et XB d'un triangle quelconque XAB, et l'on construit, avec des arcs de cercle, le triangle *xab* qui lui soit semblable; l'angle *x* sera alors sensiblement égal à X, quand même la mesure des côtés n'aura pas été faite très-soigneusement.

84. Les côtés de détail accessibles seront mesurés *au pas*, *à l'allure* du cheval, ou même *à la montre*; on réglera ces différens moyens d'estimer les distances : en parcourant, aussi régulièrement que possible, une base connue d'avance, et en comparant le nombre de pas d'homme ou de cheval, ainsi que la quantité des secondes écoulées au nombre de mètres compris dans cette base.

Lorsqu'on ne pourra mesurer, avec la chaîne ou un cordeau, la base qui devra servir d'étalon; on en déterminera graphiquement les extrémités par intersections, ce qui permettra de l'évaluer avec l'échelle.

Des côtés inaccessibles pourront être estimés au moyen

d'une lunette à micromètre gradué, que l'on aura préalablement réglée, ainsi qu'il est dit à l'article 129 du Supplément.

Il est évident d'après l'article 79, qu'on ne devra déterminer par intersections, que les points qu'il sera impossible de placer autrement; et par conséquent, on ne pourra trop s'exercer à estimer les distances d'après les moyens qui ont été exposés.

85. Enfin, l'emploi des matériaux de planimétrie qu'on rencontrera, facilitera beaucoup les levés irréguliers, en les réduisant souvent à une simple rectification visuelle; principalement si on les a encadrés dans le canevas préparatoire, en les ramenant à son échelle (*Supplément, art.* 143).

86. Si l'on veut coordonner entre eux les mouvemens de terrain d'un levé irrégulier; il sera nécessaire d'en calculer un canevas principal des hauteurs. Le sextant, de même que les autres instrumens angulaires, en donnant les angles d'élévation des sommets les uns au-dessus des autres (Supplém, art. 120), exige des points de mire très-apparens, et une correspondance visuelle entre tous les points deux à deux; d'où résulte la nécessité d'un grand nombre de stations, pour arriver d'une extrémité à l'autre d'un canevas.

87. Le baromètre fournit le moyen de déterminer le poids de la colonne d'air atmosphérique correspondante à un point quelconque de l'espace: de sorte qu'en tenant compte à chaque station, des hauteurs barométriques et thermométriques de l'air et du mercure, on a pu trouver une formule exprimant la différence de niveau de deux points; et par suite calculer des tables d'un usage facile pour obtenir cette différence, quelles que fussent d'ailleurs les positions relatives des points de station.

Cette formule, tirée de la mécanique de Poisson, article 44, est:

$$z = 18393^m (1 + 0{,}002837 . \cos 2L)\left(1 + \frac{t+t'}{500}\right)\left(\log . h - \log . h' \left(1 + \frac{T-T'}{5412}\right)\right)$$

dans quoi L représente la latitude du lieu où l'on est, h et h' les hauteurs barométriques; t et t' les hauteurs thermométriques de l'air; T et T' celles du mercure, et z la différence de niveau.

En supposant la latitude à peu près de 50ᵍ., la formule deviendra :

$$z = 18393^m \left(1 + \frac{t+t'}{500}\right)\left(\log . h - \log . h' \left(1 + \frac{T-T'}{5412}\right)\right)$$

ou $$z = 18393^m \left(1 + \frac{t+t'}{500}\right)\left(\log . \frac{h}{h'} - \log . \left(1 + \frac{T-T'}{5412}\right)\right).$$

88. En suspendant un fil à plomb au centre d'un rapporteur ou d'une boussole : la direction donnée au diamètre principal de ces instrumens, parallèlement au terrain, fera marquer au fil à plomb l'inclinaison de la pente correspondante.

Une petite équerre servant de *niveau de maçon* (Supplément, art. 141) indiquera aussi la nature des pentes, par le rapport des hauteurs aux bases.

89. Les élémens du figuré du terrain étant ainsi obtenus, on exprimera les pentes observées, en suivant les principes qui ont été exposés dans les levés réguliers (Art. 67 du Mémoire topographique). On s'attachera surtout dans cette description, à distinguer les deux genres importans de pentes *raides* et pentes *douces*.

La promptitude étant une des conditions essentielles des opérations irrégulières : on aura soin de figurer les mouvemens du terrain, en même temps que la projection horizontale, afin de ne plus revenir aux stations antérieures.

CHAPITRE II.

Topographie irrégulière sans instrumens.

89. Pour former le canevas d'ensemble d'un levé à vue : on conclura d'après la nature du pays que l'on doit parcourir, le rapport approximatif des distances itinéraires des lieux principaux avec leurs distances directes. La différence entre ces distances, est à peu près de $\frac{1}{7}$ dans les pays de plaines, et $\frac{1}{5}$ dans ceux de montagnes; c'est-à-dire, qu'en nommant D la distance directe, P et M les distances itinéraires considérées, on a $P-\frac{P}{7}=D$ et $M-\frac{M}{5}=D$, ou $D=\frac{6P}{7}$ et $D=\frac{4M}{5}$. On s'informera alors, des distances itinéraires séparant un lieu quelconque des lieux voisins principaux, et on construira des triangles avec les distances rectilignes respectivement conclues.

Une carte géographique pourra aussi fournir des bases principales, par son amplification.

On divisera, s'il est nécessaire, le canevas général en feuilles de détail, en en rapportant les points à des axes principaux, ainsi qu'il a été indiqué précédemment.

90. Une petite planche, un carton, une couverture de livre, ou même le fond d'un chapeau pourront servir de *planchette*, la *règle* ou *alidade* sera remplacée par un morceau de papier plié en deux; un second pli transversal, tel que les deux parties de la règle coïncident, déterminera une *équerre*; on suppléera au *compas* avec une ligne en papier sur laquelle on marquera les parties linéaires prises sur l'échelle.

Lorsque l'échelle n'aura pas été donnée d'avance, il faudra la construire d'après la disposition des points du

canevas. Pour cela, on tend une feuille de détail sur la planchette, soit avec des épingles ou du fil, et l'on détermine deux points du terrain accessibles de l'un à l'autre, par le procédé des courbes de recherche ; une main dans cette occasion devient le support de la planchette, tandis que l'autre dirige les alignemens avec le crayon ou la règle en papier. On compte le nombre de pas séparant ces deux points, et il ne s'agit plus alors que de diviser la ligne graphique en ce nombre de parties égales ; ce à quoi l'on parvient, en portant sur une ligne *pr* (*fig.* 53) une distance quelconque *pa'*, autant de fois que l'indique la division ; on élève avec l'équerre en papier la ligne *rq* sur la distance graphique *pq*, et en faisant pivoter la règle *pr* autour du point *p*, jusqu'à la rencontre de *qr*, les lignes d'équerre menées par les points *a'*, *b'*, *c'*, etc., détermineront les divisions correspondantes de *pq*.

Une station de départ étant obtenue ; on observera des directions sur les points que l'on voudra arrêter, et on estimera autant que possible les longueurs de chaque rayon, plutôt que d'employer les *recoupemens*, à cause des erreurs que ceux-ci peuvent occasionner (*art.* 79.)

C'est dans ces sortes de levés qu'on appréciera l'avantage d'un coup d'œil accoutumé à estimer des distances par l'exercice des levés réguliers ; aussi ne peut-on, dans l'exécution de ces derniers, comparer trop souvent les différentes longueurs sur le terrain, à leurs traces sur le papier.

Il sera quelquefois permis d'orienter graphiquement un levé irrégulier, lorsqu'on apercevra à différentes stations, un objet très-éloigné par rapport à l'étendue du terrain qui sépare ces stations.

91. On indiquera les sommets, points culminans, et tous autres remarquables, par des numéros d'ordre selon leurs commandemens ou élévations relatives.

L'habitude acquise dans la comparaison des pentes

principales du terrain, en se servant d'instrumens, permettra de les dessiner à vue par des hachures grosses ou fines, écartées en raison de l'appréciation des bases ou inclinaisons de ces pentes.

92. Ainsi que dans la topographie régulière, on s'attache spécialement dans les levés irréguliers, à décrire les détails topographiques de première classe (art. 62). Ceux de la deuxième classe s'exécutent la plupart du temps comme croquis à vue, en exagérant pour les rendre sensibles, les parties qui présentent des ressources ou des obstacles.

A une échelle plus petite que $\frac{1}{20000^e}$, on figure les lieux habités, en repérant leurs issues principales sur des points primitifs, et en contournant *au pas* les rues, sur lesquelles on appuie *à vue* les massifs de maisons: souvent même on se borne à indiquer la rue principale, et on y groupe des massifs conventionnels. Dans tous les cas, il est utile d'écrire le nombre des feux d'une ville ou d'un village, à côté de son nom propre.

93. Afin d'accélérer la rédaction d'un levé irrégulier, on indique les chemins avec un seul trait plus ou moins épais, et coloré selon sa nature. On peut, par exemple, employer le *rouge* pour les routes ou chemins pavés, le *noir* fait connaître les chemins ferrés et praticables aux voitures, et le *jaune* sert à distinguer les chemins non-praticables. Les sentiers se rendent par des traits fins, noirs et ponctués.

Les mouvemens de terrain exprimés au crayon, pourront acquérir un effet plus apparent, en les teintant à l'encre de Chine. Quelquefois même on se contente de les mouiller pour fixer le crayon du croquis.

SUPPLÉMENT.

CHAPITRE PREMIER.

Description et Usage des principaux Instrumens employés dans les observations géodésiques et topographiques.

L'alidade étant une partie essentielle de la plupart des instrumens, nous commencerons par en examiner les propriétés et vérifications importantes.

94. On nomme *alidade*, une règle *abcd* (*fig.* 18), surmontée à ses extrémités, de *pinnules* qui servent, l'une d'*objectif* et l'autre d'*oculaire*, pour diriger un rayon visuel. On peut remplacer ces pinnules par un tuyau ou lunette *tl* (*fig.* 19), rendant les points de mire plus apparens.

Une alidade est dite *plongeante*, lorsque la longueur des pinnules permet d'incliner le rayon visuel par rapport à la règle, ou que le tuyau qui remplace ces pinnules peut pivoter sur un axe parallèle à la règle.

La *ligne d'observation* d'une alidade est l'axe visuel *ro* de ses pinnules ou tuyau ; *sa ligne de foi* est un des côtés *ab* de la règle, ou bien une ligne quelconque de cette règle, reconnue par une marque ou *index*.

95. On nomme surface de *collimation*, celle que décrit le rayon visuel dans ses diverses inclinaisons. Il faut évidemment, pour qu'une alidade serve à la projection des angles, que sa surface de collimation soit plane et perpendiculaire au plan de la règle. La première con-

dition a toujours lieu dans les alidades à pinnules, dont l'oculaire n'est qu'un petit trou (1); car tous les rayons visuels sont compris dans le plan de ce trou et de l'objectif (*fig.* 18). Mais si l'alidade est à tuyau plongeant, les rayons visuels sont donnés par des positions différentes du tuyau; et il faut, pour que l'axe visuel décrive un plan pendant le mouvement, qu'il soit perpendiculaire à l'axe de rotation; car autrement, l'objectif et l'oculaire décrivant dans des plans différens des arcs perpendiculaires à cet axe, toute la ligne d'observation sera une génératrice du cône qui s'appuiera sur ces arcs (ou plus exactement la génératrice d'un hyperboloïde continu).

96. Le plan de collimation fait généralement avec la ligne de foi, un angle dit de collimation, qui, dépendant de la construction de l'alidade, ne varie pas dans les positions que l'on donne à cet instrument; ensorte que l'angle formé par deux directions de la ligne de foi est le même que celui des positions correspondantes des plans visuels: et par conséquent, *il est inutile que le plan de collimation d'une alidade soit parallèle à sa ligne de foi.*

97. Lorsqu'on pourra imprimer de légers mouvemens à l'objectif ou à l'oculaire du tuyau d'une alidade plongeante, il sera facile d'établir la ligne d'observation perpendiculaire à l'axe de rotation.

En effet, soit RV (*fig.* 20) la direction oblique de l'axe visuel, je pose l'alidade sur un plan quelconque, de manière que RV corresponde à un point fixe de l'espace; et je trace la direction PQ de la ligne de foi *ab*. Plaçant alors l'alidade de l'autre côté de cette ligne, sans toucher au tuyau, la ligne RV vient en *vr;* et pour viser le même point de l'espace, il faut, par une demi-révolution du

(1) Si l'oculaire était une rainure, l'axe visuel décrirait une surface gauche le long de l'oculaire et de l'objectif, à moins que ceux-ci ne fussent parallèles.

tuyau, faire revenir le point r du coté du point P, c'est-à-dire en r', et v prend alors la position v'; ensorte que l'axe visuel rv devient $r'v'$, il s'écarte donc du point de mire, du double de l'obliquité de RV : et par conséquent, je détruirai cette obliquité, en faisant mouvoir le point r ou le point v, de la moitié de la distance apparente. Après quoi, je vérifierai par un nouveau retournement si la coïncidence est parfaite; sinon, je continuerai ces essais jusqu'à ce que l'axe visuel ne présente plus de déviation.

98. L'alidade étant souvent employée dans les opérations graphiques, où une erreur d'observation paraît insensible dans certaines limites : il s'ensuit que la vérification de cet instrument doit être relative à la perfection que comportent les résultats. Afin de désigner les limites de cette vérification, cherchons à exprimer l'erreur d'observation produite :

1°. Par le défaut de perpendicularité de l'axe visuel sur le pivot de rotation du tuyau d'une alidade;

2°. Par le non-parallélisme de l'axe de rotation avec le plan de la règle.

Pour trouver la première partie : supposons l'axe optique fixé d'abord sur le sommet d'une verticale; sa déviation lui fera quitter cette verticale, pendant le mouvement de rotation; et il faudra pour l'y ramener, qu'on dérange la règle de l'alidade, d'une quantité angulaire qui représentera l'erreur produite par la déviation citée.

Soient (*fig.* 21) ABMN la section de la lunette ou tuyau, déterminée par le plan horizontal de l'axe de rotation xy, mn la position du plan micrométrique, c le fil réticulaire, et e l'oculaire. En donnant à la lunette l'inclinaison $i = hog$; le point c décrira un arc kl dans le plan de rotation fc, le point e décrira l'arc gh dans le plan ea, l'oculaire se projétera en a, et le point micrométrique en b; la ligne ab sera la projection de hl, et fera avec la

position primitive *ec* l'angle d'erreur x. Appelons R et r les distances de l'oculaire et du micromètre à l'axe de rotation, D la distance $R-r$ de ces deux plans, et d la ligne *ef*.

L'inclinaison de *ab* sur *ec* est la différence des angles formés par ces lignes avec *fp*; donc $x = abv - ecf$.

$$\text{Or, tang. } abv = \frac{av}{vb} = \frac{av}{vp - pb},$$

$$\text{et} \begin{cases} av = fe = \ldots\ldots\ldots\ldots d \\ vp = ro = ao \cos i = R \cos i, \\ bp = so = ol \cos i = r \cos i, \end{cases}$$

$$\text{ainsi tang } abv = \frac{d}{D \cos i};$$

$$\text{d'ailleurs tang. } ecf = \frac{ef}{fc} = \frac{d}{D}.$$

$$\text{Donc, tang. } x = \frac{\frac{d}{D \cos i} - \frac{d}{D}}{1 + \frac{d^2}{D^2 \cos i}}$$

$$\text{ou tang. } x = \frac{Dd\,(1\ \cos i)}{d + D^2 \cos i} = \frac{d\,(R-r)\,(1-\cos i)}{d^2 + (R-r)^2 \cos i}.$$

formule qui a lieu quelle que soit la position de l'axe de rotation, puisqu'elle ne contient rien qui lui soit relatif.

On peut, en faisant différentes hypothèses sur les quantités D, d et i, en tirer des valeurs analogues pour x.

En supposant que les quantités R et r soient de signes contraires, c'est-à-dire que l'axe de rotation se trouve placé entre le micromètre et l'oculaire d'une alidade; le facteur D ou $R-r$ deviendra numériquement plus grand;

$$\text{ensorte que tang } x \text{ ou sa valeur : } \frac{\frac{d}{D}(1-\cos i)}{\frac{d^2}{D^2} + \cos i} \text{ sera d'autant}$$

plus petite; on conclura delà, que l'alidade dont l'objectif et l'oculaire auront entr'eux la plus grande dis-

tabot, fournira la moindre erreur d'observation : et par conséquent nous dirons que, toutes choses égales d'ailleurs, *l'alidade à tuyau sera préférable à l'alidade à lunette, quant aux erreurs dues à la déviation de l'axe visuel.* Ce qui au reste s'aperçoit bien par la figure

99. Il est facile de déterminer avec cette formule la limite des valeurs de i, telle qu'avec une alidade donnée, tang. x soit inappréciable sur la planchette.

En effet, en représentant $\frac{d}{D}$ par n, on a :

$$\text{Cos } i = \frac{n(1 - n \text{ tang. } x)}{n + \text{tang. } x}.$$

Or, on sait que l'angle x est inappréciable sur la planchette pour une distance h, lorsque tang. $x = \frac{1}{5000h}$; en exprimant donc cette condition dans la valeur de cos i, on obtient :

$$\cos i = \frac{n(5000h - n)}{1 + 5000\,nh},$$

où l'on voit que les valeurs de *cos i* augmentent ou décroissent en même temps que h (1), en sorte que la limite inférieure de i correspondra à la limite supérieure de h et réciproquement.

En admettant que la plus longue ligne tracée sur une planchette soit de 5 décimètres, on aura $h = 0,^{m}5$ et

$$\cos i = \frac{n(2500 - n)}{1 + 2500\,n}$$

---

(1) La valeur de cos i peut s'écrire : $\cos i = \frac{5000nh}{1 + 5000nh} - \frac{n^2}{1 + 5000nh} = \frac{5000n}{5000n + \frac{1}{h}} - \frac{n^2}{1 + 5000hn}$. Or, plus h augmente, par exemple, plus le dénominateur du premier terme diminue, et conséquemment ce premier terme augmente, pendant que le second diminue; la combinaison indiquée de ces termes ou cos i, augmentera donc aussi avec h.

Supposons maintenant que l'on emploie une alidade à tuyau, dont les facettes aient un centimètre de large. En mettant l'oculaire au milieu de sa facette, la plus grande déviation possible fournira $d=0^{m}.005$: supposons aussi que le tuyau soit long de 3 décimètres, ou $D=0^{m}.3$, alors $\frac{D}{d}=n=\frac{1}{60}$. En substituant ces données, il vient :

$$\cos i=\frac{1}{60}\times\frac{140000}{2560}, \text{ d'où log. } \cos i=9{,}98967 \text{ et } i=13^{g},83,$$

d'où l'on conclut, que l'on pourra incliner le tuyau de l'alidade considérée, de 14^{g} environ par rapport à l'horizon, sans qu'on dévie *graphiquement* d'un plan vertical conduit par le plus éloigné des points de mire compris dans la planchette.

Si l'on se servait d'une alidade à lunette, dans laquelle on supposât :

$$d=0^{m},002,\ D=0^{m},03,\ \text{d'où } n=\frac{1}{15},$$

on tirerait log. $\cos i=9{,}99740$ et $i=6^{g},96$ ou environ 7^{g}. On aurait dans ce cas, beaucoup moins de latitude pour les plongées de l'alidade, que précédemment.

Mais la limite i étant d'autant plus reculée que, h sera plus petit, ou que les points de mire seront moins éloignés ; il y aura beaucoup d'observations où cette limite sera suffisante, ensorte que, *dans les levés assez étendus, on pourra se dispenser généralement de régler l'axe visuel de l'alidade, sans que pour cela il en résulte des erreurs graphiques appréciables.*

100. Cherchons maintenant à reconnaître jusqu'à quel point on doit vérifier le parallélisme de l'axe de rotation d'une alidade sur le plan de sa règle.

En imaginant, comme précédemment, que le plan de la règle soit horizontal, et qu'on fasse parcourir tous les points d'une verticale de mire par l'axe visuel, il résultera de la déviation verticale du plan de collimation de l'alidade,

qu'on sera obligé de mouvoir la règle pour chaque inclinaison visuelle, et sa ligne de foi indiquera alors les projections successives de l'axe optique.

Soient (*fig.* 22) RV et VD les traces horizontale et verticale du plan de collimation, c le centre de rotation; RV sera aussi la position horizontale de l'axe visuel, qui décrira, pendant la révolution entière de l'alidade, un cercle se projetant horizontalement suivant l'ellipse VQR, dont les demi-axes principaux seront cV et cQ; cette dernière ligne s'obtiendra en portant DV$=c$V, et projetant le point D sur Q.

En supposant que rv représente la projection d'une position quelconque de l'axe visuel, il faut trouver la relation qui existe entre l'inclinaison à l'horizon de cet axe et l'angle vcV. Pour cela, appelons I la déviation verticale du plan de collimation, ou l'obliquité de l'axe de rotation sur le plan de la règle, x l'angle vcV et y l'inclinaison donnée à l'axe visuel sur sa position horizontale, les triangles rectangles acV, aVb et cVb fournissent:

$$\frac{cV}{aV}=\cot x,\ \frac{aV}{bV}=\sin I,\ \frac{bV}{cV}=\text{tang.}\,y.$$

Si on multiplie entre elles ces trois équations, il viendra:

$$1=\sin I \cot x \text{ tang.}\,y, \text{ d'où tang.}\,x=\sin I \text{ tang.}\,y.$$

La forme de cette valeur montre que tang x est susceptible de devenir très-grand, pour des accroissemens de y; en sorte que l'inclinaison de l'axe de rotation sur le plan de la règle, peut causer des erreurs sensibles sur la projection de la ligne visuelle de l'alidade.

101. Déterminons, au moyen de cette expression, la valeur de I correspondant à une valeur de tang x négligeable sur la planchette, dans les limites de y admises précédemment.

On fera alors tang. $x = \frac{1}{5000h}$, $h = 0^m,5$ et $y = 7.^g$, et l'on aura sin $I = \frac{1}{2500h} \times \frac{1}{\text{tang. } 7^g}$ ... log. sin. $I = 7,51292$ et $I = 11'$ environ.

Une inclinaison de l'axe de rotation sur le plan de la règle, plus forte que cette valeur de I, occasionnerait donc des erreurs graphiques appréciables; ainsi on doit conclure : *que le parallélisme de l'axe de rotation sur le plan de la règle, sera nécessaire à observer dans la construction d'une bonne alidade.*

Lorsqu'on observera l'angle de deux directions, on aura pour l'une, tang $x =$ sin i tang y : et pour l'autre, tang $x' =$ sin i tang y'. Ce qui fait voir que les erreurs de projection seront les mêmes, lorsque les angles y et y' différeront peu l'un de l'autre, ensorte que l'angle graphique des deux directions ne sera pas altéré dans ce cas.

Il suit de là que, malgré le peu d'influence d'une inclinaison de la planchette sur les angles graphiques; cette inclinaison, produisant une déviation verticale du plan de collimation, occasionnera des erreurs appréciables sur le tracé de ces angles, lorsque les côtés observés seront différemment inclinés par rapport à l'horison.

102. Nous avons défini (art. 19) par instrument angulaire : tout cercle ou portion de cercle à circonférence graduée, susceptible d'être mis dans le plan d'un angle, dont il indique l'amplitude, au moyen d'un diamètre mobile.

Une alidade adaptée à ce diamètre, a facilité les directions visuelles; et en y fixant un vernier dont le zéro repérât sa ligne de foi, on a lu plus approximativement les angles observés. (*Théorie du Vernier, art.* 145 *du supplément.*)

Pour obtenir l'amplitude d'un angle : on place la ligne de foi de l'alidade sur le zéro du limbe, et l'on conduit

au moyen de ce dernier, l'axe visuel en direction du premier côté; arrêtant alors le mouvement du limbe, on dirige l'alidade sur le second côté, et l'index du vernier fait connaître la graduation cherchée, sauf l'erreur de lecture.

103. Si, au lieu de lire immédiatement l'angle observé, on replaçait sur la direction du premier côté et par le mouvement du limbe, l'alidade fixée en second lieu; et qu'alors arrêtant le limbe, on conduisît l'alidade seule sur le second côté, on lui aurait fait décrire de nouveau l'angle primitif, et la graduation indiquée serait double de l'amplitude cherchée; en prenant alors la moitié de cette graduation, on obtiendrait la valeur de l'angle avec une erreur de lecture deux fois plus petite que précédemment.

En continuant à rendre multiple la graduation d'un angle, au moyen de mouvemens successifs imprimés au limbe et à l'alidade, on parviendrait donc à évaluer cet angle avec une approximation voulue.

104. Mais la quantité de ces mouvemens, et l'impossibilité de fixer absolument les vis du cercle, occasionnent certains dérangemens des lignes de repères, qui ne pouvant être reconnus avec la seule alidade de l'instrument décrit, rendent illusoire l'approximation désirée.

Pour compléter cette approximation; il a donc fallu chercher à vérifier les directions de repère, qui doivent être établies après chaque mouvement. Pour cela, on a adapté au cercle une seconde lunette au-dessous du limbe, par rapport à la première, de façon que les mouvemens du limbe et des deux lunettes fussent indépendans les uns des autres.

L'instrument angulaire ainsi perfectionné se nomme *Cercle répétiteur*; son usage se déduit facilement de l'article précédent.

En effet, si après avoir dirigé sur le premier côté d'un angle, l'alidade marquant zéro, on dispose la lunette infé-

rieure sur un alignement quelconque, cet alignement ne devra pas varier, lorsque, le limbe ayant été fixé, on amènera l'alidade en direction du second côté ; en sorte que les mouvemens accidentels qui pourront survenir au limbe, seront reconnus par la déviation de la lunette inférieure, et on les détruira en maintenant avec les vis du limbe cette lunette dans son alignement primitif. En continuant donc cette précaution, à chaque déplacement de la lunette supérieure ; on parviendra à évaluer un angle par tel de ses multiples qu'on voudra.

105. Le procédé qui vient d'être indiqué exige, pour doubler un angle, qu'on imprime six mouvemens ; savoir, deux à chacune des parties du cercle, l'alidade, la lunette inférieure et le limbe ; mais on peut réduire ces mouvemens à un seul pour chacune des lunettes, et deux pour le limbe, en prenant le second côté de l'angle pour alignement de repère de la lunette inférieure.

En effet, soit proposé d'observer en un point *C* l'angle sur deux objets D et G (*fig.* 23) : après avoir établi le limbe dans le plan des objets, on place à *zéro* la ligne de foi de la lunette supérieure, et si on suppose que les divisions du limbe soient numérotées de droite à gauche, on dirigera cette lunette sur l'objet de droite, au moyen du limbe que l'on arrêtera aussitôt (1re *position*) ; en conduisant alors la lunette inférieure sur l'objet de gauche comme repère, l'angle des objets se trouvera formé par les axes visuels, mais il ne pourra se lire : on fixera, après cela, cette lunette inférieure sur le limbe, et on la mettra, par le mouvement de ce dernier, en direction de l'objet de droite (2e *position*), ce qui aura rejeté le zéro du limbe ou l'alidade, à droite de sa première position, de toute l'ouverture de l'angle observé ; donc en la ramenant sur l'objet de gauche par son mouvement propre, on lui aura fait parcourir sur le limbe le double de l'amplitude cherchée ; la graduation indiquée par l'index de cette alidade

correspondra par conséquent à la duplication de l'angle.

Si on veut maintenant avoir la graduation quadruple, il faudra considérer la graduation actuelle de l'alidade comme un nouveau point de départ, et alors:

1.° Diriger cette alidade au moyen du limbe, sur l'objet de droite;

2.° Conduire la lunette inférieure sur l'objet de gauche par son mouvement propre;

3.° Diriger la lunette inférieure sur l'objet de droite, par le moyen du limbe;

4.° Etablir la lunette supérieure sur l'objet de gauche par son mouvement propre;

après quoi on obtiendra la graduation quadruple de l'angle observé.

Ici, comme tout à l'heure, le passage de la lunette inférieure du point de gauche sur le point de droite, a rejeté l'index de l'alidade à droite de sa position de départ, de l'ouverture de l'angle; le point *zéro* du limbe a donc été lui-même reculé de trois fois cette ouverture, ensorte qu'en ramenant la lunette supérieure sur l'objet de gauche, son index sera distant du zéro de quatre fois fois l'amplitude de l'angle.

En continuant ainsi à *conjuguer* les mouvemens des lunettes d'un cercle, on obtiendra tel multiple pair d'un angle qu'on désirera, et on diminuera ainsi à volonté, les erreurs de lecture et de graduation de l'instrument.

106. Il existe plusieurs vérifications à faire éprouver aux différentes parties d'un cercle, avant de l'employer aux observations délicates de la Géodésie proprement dite. Nous nous bornerons à indiquer ici, celle qui peut avoir quelqu'influence dans les applications directes de la Géodésie à la Topographie.

Cette vérification consiste à s'assurer du parallélisme des axes optiques des lunettes avec le plan du limbe, afin que celui-ci désigne les angles dans le plan des objets. On se sert pour cela d'une *lunette d'épreuve*, ayant un seul fil

réticulaire, et emmanchée par frottement dans deux collets rectangulaires *ab* et *cd* (*fig.* 24) égaux et parfaitement dressés. Afin de régler cette lunette elle-même, on dispose le limbe à peu près horizontalement, et on y place la lunette d'épreuve sur les faces *a* et *c*, en la faisant tourner dans ses collets jusqu'à ce que le fil réticulaire coïncide avec une ligne horizontale très-éloignée : puis on fait tourner la lunette sur son axe, de manière que les faces *b* et *d* des collets s'appliquent sur le limbe ; et si dans cette position, le fil réticulaire passe par le même point que précédemment, l'axe visuel se trouvera parallèle au limbe ; sinon, il faudra donner au fil, par le moyen du bouton micrométrique *v*, un mouvement tel qu'il divise en deux parties égales la différence de mire apparente, et on assujettira, par le moyen du limbe, le nouvel axe visuel à passer par le point de repère visé : on vérifiera alors, en retournant de nouveau la lunette, s'il n'existe plus de déviation ; et quand on aura obtenu ce résultat, la lunette d'épreuve sera réglée. Il ne s'agira plus maintenant, pour rendre parallèles les axes optiques des lunettes du cercle, que de les établir sur le point de mire d'épreuve, au moyen de leurs vis micrométriques.

107. Un instrument angulaire devient propre à faire estimer les angles réduits à l'horizon, en rendant plongeante la lunette supérieure ; mais il faut alors que le plan du limbe soit établi horizontalement avec beaucoup de soin, afin que le plan de collimation reste bien vertical (art. 101) ; et comme cette disposition difficile à maintenir, n'évite pas l'observation des distances zénithales nécessaires au nivellement topographique : il est généralement préférable d'observer les angles d'un canevas dans le plan des objets, pour les réduire ensuite à l'horizon, plutôt que de chercher à les obtenir tout réduits : à moins cependant qu'on ne veuille construire ce canevas immédiatement sur le papier, auquel cas l'ins-

trument angulaire devient la Planchette décrite art. 26.

108. La direction fixe que prend d'elle-même, une aiguille aimantée en équilibre sur la pointe d'un pivot, l'a fait employer comme diamètre de repère d'un instrument angulaire simple. Il résulte en effet de cette propriété, que l'angle formé en un point par deux plans verticaux quelconques, sera la différence de leurs inclinaisons respectives sur l'aiguille: en maintenant donc fixement un diamètre quelconque du limbe, par sa coïncidence avec une aiguille aimantée, et en plaçant l'alidade successivement dans les deux plans verticaux mentionnés, la différence des graduations marquées par son index, sera l'amplitude de l'angle observé.

On obtiendrait le même résultat, si l'on fixait l'alidade sur un diamètre du limbe, et qu'on la dirigeât successivement par le mouvement de ce dernier sur les côtés d'un angle; car les graduations indiquées par l'aiguille dans ces deux positions du limbe, auraient aussi pour différence la valeur de l'angle observé.

L'instrument angulaire modifié au moyen de l'aiguille aimantée, se nomme *Boussole*. Le limbe, portant à son centre le pivot de l'aiguille, est renfermé dans une boîte dont l'une des faces latérales sert de plan de collimation à une alidade plongeante.

109. Pour que l'aiguille pirouette librement sur son pivot, il faut que celui-ci reste le plus possible vertical, et, dès-lors, que le plan du limbe soit horizontal; ainsi l'alidade ayant par ce moyen son plan de collimation vertical, les angles marqués par le limbe seront réduits à l'horizon.

D'ailleurs l'aiguille ne pouvant frotter sur le limbe, il est impossible d'y établir un vernier facilitant l'évaluation des angles; aussi ne peut-on estimer au plus que le quart de la plus petite division du limbe, ce qui restreint beaucoup l'emploi de la boussole pour le calcul des triangles: c'est

pourquoi on n'en fait généralement usage, que dans certaines limites des opérations graphiques (art. 41).

110. D'après les deux dispositions de l'alidade d'une boussole par rapport au limbe (art. 108), on peut concevoir:

1°. Le limbe faisant corps avec l'aiguille et équilibré par conséquent sur le pivot de cette aiguille; et alors un point marqué dans l'intérieur de la boîte, de manière à raser le limbe, servira d'index à l'alidade (*fig.* 26).

2°. Le limbe fixé à la boîte et par conséquent à l'alidade; ensorte que ce sera par le mouvement du limbe qu'on formera les angles, dont la graduation sera indiquée par l'aiguille (*fig.* 25).

C'est ce dernier mode de construction qu'on a adopté pour les boussoles usitées dans les opérations topographiques; la raison de ce choix est: que l'aiguille simple se fixe beaucoup plus facilement que quand elle fait corps avec le limbe.

111. Si l'on voulait employer pour les Levés la boussole à limbe mobile, il faudrait observer à son égard les mêmes précautions qui ont été indiquées articles 49 et suivans (*Chap. III de Planimétrie régulière*).

On rendra ce dernier instrument propre aux observations *à la main*, en faisant correspondre l'alidade sur un diamètre du limbe (*fig.* 27), et en adaptant sous l'oculaire un petit miroir incliné à 50ᵍ. qui réfléchira à l'œil la graduation du limbe marquée par l'index.

La figure 28 représente la coupe de l'assemblage joint à l'oculaire, par le plan vertical du diamètre *rv*: NM est la section du plan de l'oculaire, MP celle du miroir, et AB la trace sur le limbe du même plan coupant; il est évident que la division AB paraîtra en *ab*, et qu'ainsi il faudra que les numéros du limbe soient écrits à l'envers, pour qu'ils paraissent à l'œil dans l'ordre convenable.

112. De la propriété des miroirs-plans de réfléchir les rayons lumineux, sous les mêmes angles qu'ils les reçoi-

vent, on conclut que l'on peut toujours disposer deux miroirs *ab* et *cd* (*fig.* 29), qui pivotent sur un de leurs points *k* et *m*, de manière que l'image d'un objet S obtenue par une double réflexion, coïncide avec l'objet lui-même vu du même point.

En effet, supposons l'œil de l'observateur placé au point *r*, et tirons les lignes S*r*, S*m* et *mk*; pour que du point *r* on voie l'image et l'objet S superposés, il faudra que le rayon *kr* soit la réflexion de *mk*, c'est-à-dire que le miroir *ab* divise en deux parties égales l'angle *skm*; mais *mk* ne pourra reporter sur *ab* l'image du point S, qu'autant qu'il sera lui-même un rayon réfléchi de S*m* sur le miroir *cd*, et l'on obtiendra ce résultat, en dirigeant ce miroir *cd* de façon à diviser l'angle S*mp* en deux parties égales.

113. En supposant que les points *k*, *m* et *r* soient liés entre eux d'une manière invariable, on pourra aussi admettre que l'un des miroirs soit fixé sur l'assemblage, et faire mouvoir tout le système autour du point *r*, ainsi que l'autre miroir, pour obtenir la superposition des objets direct et réfléchi.

Si on a fixé le miroir *ab* par exemple, et que *co* soit la direction trouvée au miroir *cd* pour la superposition, en donnant à ce dernier, par son mouvement propre, une nouvelle position *c'd'*, la ligne *km* sera le rayon réfléchi d'une autre direction lumineuse T*m*, ensorte que l'objet S et l'image de T seront vus superposés par l'observateur; d'où il suit que l'angle formé au point *m* par les lignes *m*T et *m*S, sera double de l'espace angulaire décrit par *cd* pour venir en *c'd'*; car on a

$$TmS = cmS - Tmc$$
$$d'md = kmd - kmd',$$
et $SmT - d'md = cmS - kmd + kmd' - Tmc$;
or, $cms = kmd$, $kmd' = Tmc' = Tmc - cmc'$, et $cmc' = dmd'$,
donc, $TmS - d'md = d'md$ et $TmS = 2d'md$.

En adaptant par conséquent un index au miroir *cd*, et en graduant un limbe parcouru par cet index, on pourra connaître le déplacement angulaire du miroir, dont le double sera l'angle des deux objets T et S avec le point *m*.

114. On pourra donc construire un instrument angulaire à réflexion, d'après le principe qui vient d'être exposé : le point *zéro* du limbe (*fig.* 29), ou la ligne de départ des angles, correspondra à la position du miroir *cd* appelé le *grand miroir,* telle qu'un objet direct et son image soient vus superposés, par le *tuyau* ou *lunette rv* dirigeant le rayon visuel.

On obtiendra alors l'amplitude d'un angle : en plaçant le limbe dans le plan des objets, et faisant mouvoir le grand miroir, jusqu'à ce que l'image du second objet se superpose dans le *petit miroir ab* sur le premier point de mire ; la lecture de la graduation marquée par l'index, sera la moitié de l'angle observé.

Cette graduation donnera évidemment l'angle entier, si les demi-degrés du limbe ont été numérotés comme des degrés.

Afin d'apercevoir l'objet direct à travers le petit miroir *ab* (*fig.* 30), on n'en étame que la moitié qui partage alors en deux le champ de la lunette.

115. Le *zéro* du limbe d'un instrument à réflexion dont le petit miroir est fixe, n'est pas exactement le même pour toutes les stations de cet instrument. En effet, imaginons (*fig.* 29) qu'un observateur se transporte à différens points de la ligne *r*S ; pour chaque station la ligne *kmp* ne cessera pas d'être parallèle à elle-même, mais la ligne S*m* prendra à son égard des directions différentes, selon qu'on s'approchera ou s'éloignera du point S ; donc la direction *cd* divisant en deux parties égales l'angle S*mp* devra varier aussi, et indiquera sur le limbe des graduations différentes.

Il est possible de trouver la variation du *zéro*, relative

à chaque distance où l'on sera du point S. Pour cela, cherchons la valeur de l'angle que formera, à une station quelconque, le grand miroir avec la ligne invariable mk, lorsque l'objet S et son image seront superposés.

Le triangle Smk donne $Sk : mS :: \sin kmS : \sin Skm$;

mais $kmS = 200^{g} - 2kmd$, $Skm = 2akr$, $Sk = mS + kx$;

donc, $\frac{Sm + kx}{Sm} = \frac{\sin 2kmd}{\sin 2akr}$, d'où l'on tire :

$\sin 2kmd = \sin 2akr + \frac{kx}{mS} \sin 2akr$, expression cherchée.

116. Comme $\sin 2akr$ ne dépasse jamais l'unité, il suit que la différence $\sin 2kmd - \sin 2akS$ sera généralement plus petite que $\frac{kx}{mS}$; par conséquent, toutes les fois que kx sera très-petit par rapport à mS, ou que la distance de l'objet visé sera très-grande par rapport aux dimensions de l'instrument, on aura sensiblement $\sin 2kmd = \sin 2akr$, ou $bkm = kmd$, c'est-à-dire que le *zéro* du limbe correspondra au parallélisme des deux miroirs, et sera dès-lors constant, puisque l'inclinaison bkm a été supposée invariable.

117. On sait que la lecture de toute graduation comporte son erreur, et que par suite l'angle de deux lignes moindre que cette erreur, ne pourra être apprécié avec un instrument angulaire, ensorte que ces lignes seront regardées comme superposées. Par cette raison, on pourra conclure pour les instrumens à réflexion, la distance d'un point de mire telle que les rayons lumineux arrivant sur les miroirs, soient considérés comme parallèles; car en nommant φ l'erreur due au limbe, r le rayon du limbe, R la distance cherchée, on aura $\frac{r}{R} = \frac{\varphi}{1}$, d'où $R = \frac{r}{\varphi} \cdot \frac{1}{1''}$, et à cause que $\frac{1}{1''} = 6364$, on obtiendra $R = 6364 \times \frac{r}{\varphi}$.

118. Les instrumens à réflexion ont sur les autres instrumens angulaires, l'avantage de pouvoir être employés

à des stations mobiles, parce qu'ils peuvent être soutenus avec la main, car il suffit pour observer un angle, de saisir le point où les miroirs indiquent la coïncidence d'un objet avec l'image de l'autre; aussi en fait-on principalement usage pour les relevés à la mer, et en général dans toutes les occasions où l'on ne peut stationner un cercle. On peut d'ailleurs rendre ces instrumens très-portatifs, puisqu'une portion de cercle de 2 pouces et demi ou de 0^m,078 de rayon, comprenant un arc de même grandeur ou 73^g, mesure des ouvertures d'angle de 146^g, à 2'. 5 d'approximation; il en existe même de rayon semblable qui par le moyen d'une loupe permettent d'estimer les angles à 1' près.

L'instrument à réflexion, dont le limbe est environ le sixième de la circonférence, se nomme *Sextant*.

119. Si, au lieu de supposer stable le petit miroir d'un instrument à réflexion, on voulait au contraire rendre fixe son grand miroir; on obtiendrait l'angle de deux objets, en faisant mouvoir le support de la lunette et du petit miroir au moyen d'une règle, dont l'index parcourrait le limbe: ensorte que l'on conçoit la possibilité d'employer un instrument à réflexion, à la multiplication des angles, par des observations conjuguées où l'on fixerait tour à tour les miroirs ou leurs alidades.

La description du *Cercle répétiteur à réflexion*, découlerait naturellement de ces principes; mais comme son usage est relatif plus particulièrement aux observations maritimes, nous nous dispenserons de détails à son égard.

120. Le sextant sert aussi à observer des angles de hauteur par rapport à l'horizon, en formant un horizon artificiel par le moyen de la surface d'une eau tranquille, ou d'un miroir posé dans une cuvette remplie de mercure; car alors, l'angle entre un objet et son image réfléchie par cet horizon, sera le double de la hauteur angulaire cherchée, à une petite réduction au centre près,

provenant de la distance *nécessaire* de l'instrument, au-dessus de l'horizon artificiel, réduction que l'on pourra généralement négliger.

121. Parmi les différentes vérifications dont sont susceptibles les parties d'un sextant, celle dont il importe le plus de tenir compte, est de s'assurer de la perpendicularité des miroirs sur le plan du limbe; cette condition aura lieu, si la partie du limbe vue dans chaque miroir, paraît le prolongement du plan même de ce limbe; et on établira cette apparence, par le moyen de vis placées pour cet usage (*fig.* 30.).

122. Nous terminerons ce qui est relatif aux instrumens angulaires, par la description de l'instrument usité généralement dans les mesures d'arpentage, et que l'on nomme pour cela *équerre d'arpenteur.*

Cet instrument est composé de deux alidades rectangulaires l'une à l'autre, fournissant de semblables directions sur le terrain. On règle l'équerre, en la plaçant horizontalement dans l'alignement *mn* d'une ligne AB (*fig.* 31), et faisant signaler un point D correspondant à la direction de l'alidade *pq*, perpendiculaire supposée sur *mn;* il faut alors qu'en mettant celle-ci dans la première direction *ab*, *mn* rencontre D*d*: autrement, on fera mouvoir son fil réticulaire de la moitié de la différence, et on recommencera l'observation jusqu'à ce que la rectification soit complète.

123. Pour déterminer la position de points accessibles par le moyen de l'équerre: on chemine (*fig.* 32) sur une ligne AB, en conservant une alidade de l'instrument sur son alignement, et l'on cherche par des essais la position d'un point *p,* duquel on aperçoive avec la seconde alidade le point P du terrain; on donne aussi des *coups d'équerre* à des points Q, R, etc., qui déterminent les points correspondans *q*, *r,* etc. On mesure alors les coordonnées A*p*, A*q*, A*r*, etc., soit dans le cheminement d'essai, soit en y revenant après avoir signalé *p*, *q*, *r*, etc., on évalue

aussi les lignes Pp, Qq, etc., ce qui permettra de placer les points P, Q, R, etc. en P′, Q′, R′, etc.

Si ces points étaient inaccessibles, on mesurerait les parties d'une seconde ligne AC, en y donnant des coups d'équerre comme précédemment, aux points p', q', etc., ce qui déterminerait de nouvelles directions, dont les rencontres avec les premières placerait les points observés.

124. L'axe visuel d'une lunette est déterminé par l'intersection de fils réticulaires; si on suppose (*fig.* 33) qu'il y ait au micromètre de cette lunette deux fils a et b coupés par un troisième ab, il existera deux directions visuelles ra et rb inclinées entre elles en raison de l'intervalle ab.

En faisant coïncider le fil transversal ab avec une verticale vv', placée à une distance quelconque rv de la lunette établie *horizontalement*; on aura deux triangles semblables rab, $rv'v$, qui donneront la proportion $\frac{ab}{ra}=\frac{v'v}{rv}$, et en désignant ab par h, ra par d, $v'v=\mathrm{H}$ et rv par D, il viendra $\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{H}}=\frac{d}{h}$, expression d'où l'on tirera la valeur de l'un quelconque de ses facteurs, lorsqu'on connaîtra les trois autres.

125. On en conclût un moyen expéditif d'estimer les distances horizontales. En effet, admettons que le rapport $\frac{h}{d}$ donné par la construction d'une lunette, soit invariable; on pourra, à l'aide d'une seule observation, connaître ce rapport qui est le même que $\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{D}}$. Pour cela on mesurera une base horizontale D, et l'on fera remarquer sur la verticale vv' la hauteur H interceptée par l'angle bra, ce qui permettra d'évaluer numériquement $\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{D}}$ ou $\frac{h}{d}$. Soit n cette valeur, on aura généralement

$D = \frac{H}{n}$, ou D mètres $=$ (H : n) mètres ; ce qui signifie qu'une distance quelconque contiendra autant de mètres, que la hauteur verticale correspondante comprendra de fois n mètres. Ainsi, en portant sur une règle *vv'* des parties égales à n^m ou $\frac{h^m}{d}$, le nombre de ces parties contenues dans H, donnera la valeur de D en mètres.

Donc, si après avoir déterminé le rapport $\frac{h}{d}$ par une expérience, on trace sur une règle ST (*fig.* 36) des parties S*a*, *ab*, *bc*... égales à $\frac{10h^m}{d}$ et qu'on divise en cinq la partie S*a*, on pourra placer un des fils horizontaux de la lunette sur une des divisions *b*, *c*,... en même temps que l'autre fil tombera dans l'espace S*a*, et indiquera les petites parties $\frac{2h^m}{d}$; et par conséquent on estimera la distance D.

On nomme *Stadia* la règle étalonnée pour évaluer les distances ; ses divisions principales sont marquées par de gros points (*fig.* 36.), afin d'être plus facilement distinguées. Cette règle se plie en deux au moyen d'une charnière *v*. La distance horizontale susceptible d'être appréciée dépend de la force de la lunette : il est des lunettes de six pouces de longueur, qui permettent de mesurer une étendue de 500 mètres.

126. *Puisque la graduation d'une stadia dépend pour une même distance* d *de l'écartement* h *des fils, il suit que chaque lunette comportera sa stadia particulière.* On peut cependant employer avec une lunette quelconque, une graduation déterminée d'avance, au moyen d'une correction fournie par une seule expérience. En effet, supposons une règle divisée en parties égales à n mètres, et appelons x la division de cette règle qui correspondrait à un mètre avec la lunette donnée, soit H' la hauteur interceptée

par les axes optiques à la distance mesurée D', et faisons $H' = Kn$, on aura $D' = \frac{H'}{x} = \frac{Kn}{x}$, d'où $x = \frac{Kn}{D'}$; par conséquent, $D = \frac{H}{x}$ devient $D = \frac{H}{n} \times \frac{D'}{K}$; donc le rapport $\frac{H}{n}$ observé sur la règle avec la lunette donnée, représentera le nombre des mètres contenus dans la distance D qui lui correspond, en le multipliant par $\frac{D'}{K}$ obtenu avec une seule expérience.

Si l'un des fils réticulaires *a* et *b* était mobile avec une vis *t*, on pourrait aussi régler chaque intervalle *ab* pour une stadia donnée, en plaçant cette stadia à une distance mesurée D', et en y interceptant avec les fils un nombre de divisions représenté par $\frac{D}{m}$.

127. Lorsque la pente d'un terrain s'opposera à la direction horizontale de l'axe *vv'*, il faudra faire planter la stadia perpendiculairement à cette pente, ce qui exigera quelques précautions dont on peut se dispenser au moyen d'une nouvelle correction due à l'inclinaison supposée; car si on place avec un fil à plomb (*fig.* 37) la stadia *vv'* dans la verticale, les divisions de cette stadia ne correspondront plus au micromètre *ab* réglé par *une mesure perpendiculaire* à la règle, et ces divisions seront ramenées à la direction *vp*, en les multipliant par cos I. Donc en appelant K le nombre de divisions compris dans *vv'*, on aura M'N' = K mét. cos I, d'ailleurs $M'N' = \frac{MN}{\cos I}$, donc, MN = K mét. $\cos^2 I$; mais K mét. est le résultat de l'observation directe, la différence du résultat cherché MN au résultat obtenu K^m, sera par conséquent $K^m(1 - \cos^2 I)$, ou correction $= K^m \sin^2 I = D \sin^2 I$, et $P = D - D \sin^2 I$.

On voit que quand I est assez petit pour pouvoir nem-

placer, sin I, cette correction est double de celle de la mesure directe d'une base inclinée, puisque cette dernière est représentée par $2D \sin^2 \frac{1}{2} I$ (art. 17) ou $2D \frac{I^2}{4}$, tandis que $D \sin^2 I$ sera remplacé par DI^2.

En égalant enfin $D \sin^2 I$ à $\frac{M^m}{5000}$, on conclura des approximations analogues à celles de l'article 17.

128. La relation $\frac{d}{D} = \frac{h}{H}$ trouvée art. 124, fournit un second moyen d'estimer les distances horizontales; en effet, en supposant H et *d* invariables, on conclura D en fonction de *h*, ou $D = \frac{Hd}{h}$. Or le facteur constant *Hd* peut se déterminer par l'expérience, car si on mesure une distance D′ et qu'on intercepte par les fils une hauteur H à l'extrémité de cette distance, l'intervalle *h′* pourra être connu au moyen d'un cadran dont le pivot *c* (*fig.* 34) sert de bouton micrométrique au fil *b*, puisque l'aiguille *cd* marquera le nombre des graduations comprises depuis la coïncidence de *b* sur *a* à la position *b*; on aura par conséquent $D' = \frac{Hd}{h'}$ et $D = \frac{D'h'}{h}$. Maintenant imaginons que le zéro du cadran corresponde à la coïncidence de *b* sur *a*, soit *m′* le nombre de degrés parcourus depuis cette coïncidence jusqu'à l'intervalle *h′*, *p* le pas de la vis micrométrique; *h′* sera égal à $\frac{m'p}{2\pi}$ (π étant le rapport de la circonférence au diamètre), on aura de même $h = \frac{mp}{2\pi}$ donc $\frac{h'}{h} = \frac{m'}{m}$ et $D = \frac{m'D'}{m}$ valeur indépendante du pas de la vis et de la hauteur H.

D'où l'on conclut que la lunette (*fig.* 34) fera estimer par le moyen de son cadran *cd* la distance d'un point quelconque à un objet inaccessible: quand on

aura préalablement obtenu D′ et m' : il suffira pour cela, de diviser $m'D'$ par m facilement donné par l'observation.

129. Le rapport $\frac{h'}{h}$ peut aussi être connu, en imaginant un micromètre divisé en parties égales par des fils horizontaux très déliés; car l'intervalle h' comprenant t' de ces parties, h' ou $t'q$ correspondra à la distance D′, et q indiquera la distance $\frac{D'}{t'}$, donc h ou tq sera relatif à la distance $\frac{tD'}{t'}$.

130. Enfin, lorsque dans une lunette on aura déterminé le rapport $\frac{h}{d}$ ou $\frac{tq}{d}$, au moyen de la mesure d'une hauteur H′ relative à une distance D′; on pourra toujours conclure approximativement une distance D, lorsqu'on évaluera H.

On conçoit d'après cela l'utilité d'une lunette à micromètre divisé pour estimer, dans les reconnaissances, les distances qui séparent l'observateur, d'objets ou de masses dont il appréciera l'étendue probable.

On construit de ces lunettes, dont le micromètre mn (*fig.* 35) est un verre transparent, divisé en zônes équidistantes par des traits gravés avec l'acide fluorique.

131. La *verticale* d'un point, est le rayon de la Terre correspondant à ce point; son *horizon* est le plan perpendiculaire à la verticale.

L'expérience fait voir et l'on démontre que :

1.° Lorsque deux fluides différens contenus dans un même récipient, sont dans un état d'équilibre stable, le fluide le moins dense occupe la partie supérieure de ce récipient, c'est-à-dire celle qui est la plus éloignée du centre de la Terre.

2.° Les plans horizontaux terminant un liquide ho-

mogène répandu dans deux tubes ouverts, *non capillaires* et se communiquant, sont à la même hauteur ou *de niveau.*

3.° La direction libre du *fil à plomb* est verticale.

On conclut de chacun de ces principes, un moyen particulier de repérer la ligne horizontale ou le niveau.

132. Il résulte du premier principe, que si l'on renferme dans un tube un liquide et une bulle d'air, ces fluides ne seront en repos pour une position quelconque du tube, qu'autant que la bulle en occupera la partie la plus élevée.

En supposant donc que le tube soit un cylindre bien calibré, la bulle d'air en formera une arête plus ou moins large, quand son axe sera horizontal, et que les fluides seront en repos. Réciproquement, lorsqu'on voudra mettre l'axe du tube en position horizontale, on amènera la bulle à s'étendre le long d'une génératrice : il est alors évident que le moindre dérangement de cette position fera marcher la bulle vers l'extrémité la plus élevée du tube.

Mais si on renfermait les fluides dans un tube curviligne, la bulle d'air s'établirait, dans toutes les positions de ce tube, au point le plus haut, c'est-à-dire, à celui où la tangente est horizontale; on rendra donc horizontale, une tangente quelconque à l'axe du tube, en amenant le point de tangence au milieu de la bulle d'air en repos.

De plus, en concevant que la surface intérieure d'un tube soit une espèce de cylindre dont l'axe ait été courbé circulairement; le milieu de la bulle d'air décrira des arcs mesurant exactement l'inclinaison de chaque tangente sur l'une d'elles prise pour repère.

On appelle *niveau à bulle d'air*, un tube en verre dans lequel on a renfermé un liquide et une bulle d'air. Ce niveau est *calé*, quand sa bulle occupe une place repérée

d'avance. On voit d'après ce qui précède, qu'une légère courbure de l'axe du tube, favorise le déplacement progressif de la bulle ; et que la courbure circulaire fait apprécier exactement ces déplacemens : d'où nous conclurons *que les meilleurs niveaux à bulle d'air sont ceux dont la courbure est circulaire.*

On emploie le niveau à bulle d'air de différentes manières, selon la nature de ses supports.

133. En adaptant un niveau à bulle d'air, sur le diamètre mobile d'un instrument angulaire simple (art. 102), cet instrument deviendra propre à mesurer l'inclinaison d'une ligne quelconque sur l'horizon.

En effet, supposons que la tangente de repère du niveau soit parallèle à l'axe visuel de l'alidade, et établissons, au moyen d'un fil à plomb, le limbe dans le plan vertical de la ligne considérée ; en mettant alors l'alidade à *zéro*, et calant le niveau par le mouvement du limbe, l'axe visuel de la lunette sera horizontal. Donc, si l'on amène cet axe en direction de la ligne, sans toucher au limbe, l'index de l'alidade marquera l'inclinaison cherchée.

Pour rendre le niveau parallèle à l'axe visuel de la lunette, on choisira deux points d'un même plan horizontal, par exemple : les extrémités de deux piquets égaux plantés sur les bords opposés d'une étendue d'eau tranquille, et l'on placera à l'un de ces points l'instrument vertical, dont on dirigera la lunette sur l'autre point, ce qui établira horizontalement son axe visuel ; après quoi, on calera le niveau au moyen de la vis qui l'assujettit au tuyau de la lunette, et il sera *réglé* par rapport à l'axe visuel correspondant, c'est-à-dire qu'on pourra le mettre à *zéro* avec la même ligne de foi que l'alidade.

Une inclinaison à l'horizon étant le complément de l'inclinaison sur la verticale, on peut obtenir l'une, par l'observation de l'autre.

On appelle *distance zénithale*, l'angle qu'une ligne fait avec la verticale, du côté du zénith du lieu de station. Cette distance angulaire s'obtiendra donc, en dirigeant au zénith le rayon *zéro* du limbe, c'est-à-dire, en disposant horizontalement, à l'aide du niveau, le rayon 100 ^{g}., et conduisant la lunette en direction de la ligne inclinée.

134. Afin de reconnaître si le limbe ou le rayon *zéro* n'éprouve pas de dérangement, pendant qu'on amène la lunette dans la direction considérée; on a recours, ainsi qu'on l'a fait (art. 104), à un second diamètre mobile, placé de l'autre côté du limbe par rapport à l'alidade: ce diamètre sert de support au niveau qui se réglera d'ailleurs comme précédemment. Il est évident alors, que la bulle d'air restera stationnaire pendant le mouvement de l'alidade, si le limbe n'a pas été dérangé; et qu'ainsi on conservera fixe le rayon *zéro*, en calant le niveau par la vis tangente du limbe.

Il résultera même de cette modification, que l'on pourra obtenir la valeur d'une inclinaison à l'horizon, par des graduations multiples et indépendamment de la position du niveau par rapport au *zéro* du limbe.

En effet, soit proposé de trouver l'inclinaison d'une ligne CS (*fig.* 38) sur l'horizon, ou bien la distance zénithale de S par rapport à C, supposons le vernier de l'alidade contre l'objectif, et que la graduation du limbe soit numérotée de droite à gauche: je place, avec le fil à plomb, le limbe dans le plan vertical de CS, de manière à laisser l'alidade à droite (1re. position) et je dirige sur le point S cette alidade mise à *zéro*; après quoi je cale le niveau au moyen du mouvement propre de son support, en imaginant alors la verticale CZ perpendiculaire à ce niveau, elle formera avec la direction CS l'angle zénithal, qui ne peut être lu: mais si on fait tourner l'instrument sur sa verticale, jusqu'à ce que l'alidade vienne à gauche du limbe; la ligne CZ restera fixe, en assujettissant, par

le mouvement du limbe, la bulle du niveau à demeurer stationnaire, et l'angle zénithal sera porté en avant de la verticale CZ (2ᵉ. position); donc en ramenant l'axe visuel de l'alidade sur le point S, son index aura décrit et marquera le double de la distance zénithale cherchée.

La graduation quadruple de cet angle vertical, s'obtiendra de même par les opérations suivantes:

1°. Diriger sur le point S la lunette ramenée à droite, par le mouvement du limbe.

2°. Caler le niveau par son mouvement propre.

3°. Faire pivoter le cercle sur sa verticale, de manière à placer l'alidade à gauche du limbe; et maintenir la bulle en repos par le mouvement de ce dernier.

4°. Diriger la lunette sur le point S.

Cette multiplication des angles verticaux, entièrement analogue à celle des angles horizontaux (art. 105) facilite de même l'estimation des distances zénithales, en diminuant de plus en plus les erreurs de lecture et de graduation de l'instrument.

135. Ayant ainsi déterminé *l'angle de hauteur* d'une direction quelconque; on pourra régler le niveau par rapport au *zéro* du limbe, sans recourir à une horizontale repérée sur le terrain. Pour cela, on fera marquer à l'alidade placée à gauche du limbe, la graduation zénithale simple, et l'on dirigera sur la ligne considérée, l'axe visuel au moyen du limbe; alors le rayon *zéro* sera vertical (1), et le niveau étant calé par son mouvement propre, correspondra au rayon 100ᵍ.

On conclut de là, qu'on observera immédiatement avec un cercle les distances zénithales simples: lorsque son niveau aura été réglé *une fois pour toutes*, au moyen d'une distance zénithale double; car il suffira alors de caler le

(1) On sous-entend toujours: *à l'angle de collimation près*.

niveau par le mouvement du limbe, et de diriger sur la ligne considérée, l'alidade placée *à gauche* de ce limbe.

Si la graduation du cercle était numérotée de gauche à droite, au lieu de l'être, comme nous l'avons supposé, de droite à gauche, il faudrait changer dans les observations verticales, l'ordre de placement de l'alidade par rapport au limbe; et le rayon zéro serait vertical au zénith, lorsque la lunette étant *à droite* du limbe, l'objectif marquerait 100ᵍ.

136. Quand on ne devra observer que des distances zénithales peu différentes de l'angle droit, l'index de l'alidade ne portera que sur une petite partie du cercle, ensorte que l'on pourra employer à cet usage, un instrument n'ayant qu'une pareille portion de limbe, ce qui le rendra très-commode pour les opérations topographiques. Le niveau se réglera, comme il a été dit, par une distance zénithale double. Ainsi, en supposant (*fig.* 39) que la graduation du limbe soit numérotée de gauche à droite: on placera d'abord l'alidade à gauche sur un point de mire quelconque, en même temps que son index sera à 300ᵍ., et l'on calera le niveau par son mouvement propre; on aura alors, sans pouvoir le lire, l'angle zénithal. En faisant maintenant pivoter l'instrument, sur son rayon vertical, jusqu'à ce que l'alidade se trouve à droite du limbe, et en ramenant l'axe visuel sur le point de mire, sans déranger le limbe; l'index aura décrit le double de la distance zénithale et indiquera la graduation $300^g \pm n$, et parce que le rayon de départ est numéroté 300^g; l'arc parcouru par l'index sera réellement $200^g \pm n$: dès-lors la distance zénithale simple comprendra $100^g \pm \frac{n}{2}$. Donc si on fait marquer à l'alidade mise à droite, la graduation $100^g \pm \frac{n}{2}$, et qu'on la dirige par le mouvement du limbe sur le point de mire

déjà observé ; le niveau calé par son mouvement propre, sera réglé par rapport au *zéro* de l'instrument, et servira ainsi à prendre immédiatement les distances zénitales simples.

La figure 40 représente une boussole dont la face de collimation porte une portion de cercle à niveau ; la partie du limbe sur laquelle frotte l'objectif est seule graduée, et l'on n'a marqué sur l'autre partie que la graduation 300ᵍ. L'alidade est commune au cercle et à la boussole, de manière qu'on peut observer des angles de hauteur en même temps qu'on reconnaît les directions horizontales correspondantes. La vis *t* procure au limbe des mouvemens de rappel, le niveau se règle au moyen de sa vis *v* dont on enlève la tête V aussitôt après.

Il existe de ces instrumens dont le rayon *zéro* est horizontal, et qui donnent alors immédiatement les inclinaisons sur l'horizon ; les numéros de la graduation y sont les mêmes en-dessous qu'en dessus de ce rayon, de sorte qu'il faut deux verniers à partir de la ligne de foi, et remarquer soigneusement si l'inclinaison est supérieure ou inférieure à l'horizon, ce qui présente une cause d'erreur. C'est pourquoi il est préférable d'adopter la graduation *zéro* au zénith, qui n'exige qu'un seul vernier, et qui, fournissant des angles verticaux toujours positifs, demande moins de précautions sur le terrain.

137. La disposition verticale du limbe étant difficile à maintenir, pendant les mouvemens du cercle sur sa colonne ; il est utile de chercher jusqu'à quel point cette verticalité peut être négligée, afin d'observer plus promptement les distances zénithales.

Déterminons, à cet effet, l'erreur que produit, sur une observation zénithale, une inclinaison quelconque du limbe par rapport à la verticale de station. Supposons (*fig.* 41) que *z'ah* soit le plan du limbe, *az* perpendiculaire au niveau *ah* sera la verticale présumée, et

$z'aS$ représentera la distance zénithale observée : tandis qu'en imaginant la vraie verticale az, zaS sera la véritable distance zénithale. Or, ah perpendiculaire sur az et az', le sera au plan zaz', en sorte que ce dernier se trouve perpendiculaire à $z'ah$ ou $z'aS$; l'angle $z'az$ mesurera d'ailleurs l'inclinaison de la verticale az sur le plan d'observation; ainsi l'angle solide triple formé en a par Sa, az et az', donnera, en faisant $z'aS = \delta'$, $zaS = \delta$ et $zaz' = i$.

$$\cos \delta = \cos i \cos \delta' + \sin i \sin \delta' \cos Z' \text{ (art. 148).}$$

Mais Z', ou l'angle des deux plans zaz' et $z'aS$, est droit; donc, $\cos Z' = 0$, et alors $\cos \delta = \cos i \cos \delta'$,

ou à cause que $\cos i = 1 - 2 \sin^2 \frac{i}{2}$,

$$\cos \delta = \cos \delta' - 2 \cos \delta' \sin^2 \frac{i}{2},$$

formule donnant facilement δ par le moyen de δ' et i.

Cette expression montre que : quand i sera très-petit par rapport à δ', ce qui a généralement lieu dans les observations géodésiques, $\cos \delta$ différera très-peu de $\cos \delta'$, en sorte que $\delta' - \delta$ sera peu considérable : or, on tire $\cos \delta' - \cos. \delta = 2 \cos \delta' \sin^2 \frac{i}{2}$.

Mais $\cos \delta' - \cos \delta = 2 \sin \left(\frac{\delta' + \delta}{2}\right) \sin \left(\frac{\delta - \delta'}{2}\right)$

donc, il vient: $\sin \left(\frac{\delta' + \delta}{2}\right) \sin \left(\frac{\delta' - \delta}{2}\right) = \cos \delta' \sin^2 \frac{1}{2} i$,

et $$\sin \left(\frac{\delta' - \delta}{2}\right) = \frac{\cos \delta'}{\sin \left(\frac{\delta + \delta'}{2}\right)} \sin^2 \frac{1}{2} i.$$

Si on suppose que δ' et δ soient peu différens l'un de l'autre : $\sin \left(\frac{\delta + \delta'}{2}\right)$ pourra être remplacé par $\sin \delta'$; et alors on aura $\sin \left(\frac{\delta' - \delta}{2}\right) \tang \delta' = \frac{\sin^2 i}{2}$.

D'où l'on conclut : que la correction $\delta' - \delta_a$ à retrancher de δ' pour avoir la vraie distance zénithale, sera toujours très-petite, quand δ' différera peu d'un angle droit, en sorte qu'on pourra la négliger dans la plupart des observations géodésiques ; et par conséquent, *il ne sera pas nécessaire de placer le cercle dans une position parfaitement verticale, pour obtenir les distances zénithales d'une manière suffisamment approchée.*

138. Le cercle à niveau servira à repérer une ligne horizontale sur le terrain, en *calant* la bulle d'air au moyen du limbe, et mettant l'alidade à *zéro*. On remarquera dans l'espace le passage de la direction visuelle horizontale, à l'aide d'une *mire* qu'une autre personne élèvera ou abaissera au gré de l'observateur.

Cette mire fera connaître aussi la différence de niveau du point où elle est, à celui qu'occupe l'instrument, si l'on peut évaluer sa hauteur au-dessus du terrain : ce à quoi l'on parvient de diverses manières.

Parmi tous les instrumens construits dans ce but, nous citerons celui composé d'une règle, dans l'épaisseur de laquelle est une rainure, destinée à recevoir une autre règle de même longueur, surmontée d'un *voyant* fait d'une plaque en bois ou en tôle, où l'on a peint deux ou quatre compartimens (*fig.* 42 et 44).

On donne ordinairement au voyant, deux décimètres de hauteur sur trois de largeur, et les règles ont deux mètres de longueur : la *ligne de mire* est d'ailleurs la ligne milieu-horizontale du voyant.

La règle mobile est divisée sur ses deux faces principales, en centimètres numérotés de dix en dix, et de manière que la face du voyant (*fig.* 42) ait sur la ligne de mire, son point d'origine côté de toute la hauteur de la règle à rainure. Quant à l'origine des divisions de l'autre face, elle se trouve au bout opposé à la mire (*fig.* 43) et les numéros sont renversés.

Par le moyen de ces graduations, l'extrémité la plus élevée de la règle à rainure (*fig.* 44), pourra toujours servir de ligne de foi, pour estimer la hauteur du voyant sur le terrain. Car si l'horizontale d'observation passe au-dessus de *ad*, la graduation marquée par *ab* sur la première face, augmentera à mesure qu'on élèvera le voyant; tandis que si au contraire la ligne observée rencontre la longueur *ad*, on renversera celle-ci (*fig.* 45), et le numéro de la seconde face graduée, correspondant à *cd*, donnera la hauteur de la mire sur le terrain. Enfin, lorsque cette hauteur sera moindre que la demi-largeur du voyant, on choisira pour ligne de mire l'extrémité *mn* de ce dernier, et l'on retranchera alors de la graduation indiquée la demi-largeur du voyant.

139. Quand, au lieu de déterminer l'inclinaison d'une ligne quelconque à l'horizon, on voudra obtenir seulement la position d'une horizontale : on pourra se servir pour instrument, d'une simple lunette faisant corps avec un niveau à bulle d'air susceptible d'être réglé, à l'aide d'une vis de rappel.

Ce niveau, qui porte le nom de *Chézy*, a pour support : deux fourches *f* et *f'* (*fig.* 46) parfaitement calibrées avec le tuyau de la lunette, et réunies au moyen d'une tige, dont le milieu pivote entre les joues d'une douille creuse destinée à recevoir un trépied. Cette tige s'incline à volonté dans le plan vertical, avec une vis *v'*; et la douille creuse peut aussi éprouver un mouvement autour de son axe, au moyen d'une vis d'engrénage S.

Pour régler cet instrument, il faut rendre l'axe optique de la lunette parallèle à une tangente de repère du niveau à bulle d'air.

A cet effet, on commence par faire coïncider la ligne visuelle avec l'axe de figure du tuyau de la lunette; pour cela, on dirige cette ligne sur une horizontale éloignée, et on imprime ensuite au tuyau un mouvement de révo-

lution sur son axe, de manière que le point t' d'abord en dessus vienne en dessous; on verra alors si AB passe toujours par la même ligne de mire, auquel cas cet axe optique sera dans un plan diamétral du tuyau; autrement on ramènera AB sur la ligne visée, partie au moyen de la vis micrométrique t' et partie avec la vis v'; après quoi on replacera la lunette dans sa première position, pour vérifier si AB rencontre encore la ligne de mire, sur laquelle on la fera arriver, si elle s'en écarte, par les mouvemens simultanés des vis t' et v'; et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il y ait coïncidence entre les deux directions de l'axe optique avant et après la demi-révolution de la lunette. Pour chercher un autre plan diamétral contenant la ligne visuelle: on couvrira une verticale éloignée, par le second fil du micromètre, puis on fera tourner la lunette sur son axe, de manière que la vis t aille de la droite de l'observateur à sa gauche; on remarquera alors la position du fil micrométrique par rapport à la verticale de mire, et on détruira le défaut de superposition de ces lignes, partie avec la vis t, partie avec la vis S; et lorsque de nouveaux changemens de la lunette auront établi l'axe visuel dans un plan diamétral et vertical du tuyau, cette ligne sera en parfaite coïncidence avec l'axe de figure de la lunette.

En disposant maintenant une génératrice quelconque du tuyau parallèlement au niveau, on aura placé de la même manière l'axe optique de la lunette. Or, celle-ci étant sur ses supports, si on cale le niveau avec la vis v', et qu'on retourne la lunette bout pour bout, la génératrice ff' sera parallèle au niveau s'il est resté calé; autrement, il faudra rétablir la bulle au repère, par des mouvemens simultanés des vis v et v', et vérifier par un nouveau retournement la stabilité du niveau.

Cela posé, quand on voudra placer horizontalement l'axe optique de l'instrument dans une direction donnée,

on établira le plan de rotation *ff'* (*fig.* 46) dans cette direction au moyen de la douille et de la vis S et l'on calera le niveau dans le plan, à l'aide de la vis *v*.

La mire décrite art. 138 servira d'ailleurs à repérer sur le terrain la direction visuelle obtenue.

140. On compose un niveau d'après le second principe de l'article 131; en remplissant d'un *liquide homogène*, un tube recourbé à ses bouts, de manière à recevoir des fioles en verre, soudées ou vissées, à peu près égales et non capillaires (*fig.* 47). La ligne horizontale est alors obtenue par le rayon visuel, qui effleure les extrémités du liquide en repos dans les deux fioles.

Lorsqu'on veut employer ce niveau, on ferme l'une des fioles F avec son bouchon *b*, et l'on introduit par F' de l'eau dans le tube TT' incliné à l'horizon, jusqu'à ce que le liquide s'élève au moins à la moitié de cette seconde fiole; après quoi, on place l'instrument sur son trépied, et l'on débouche les deux fioles pour que l'équilibre de l'eau s'y établisse librement.

On a soin à chaque station, de purger le liquide des bulles d'air qui auraient pu détruire son homogénéité pendant le transport de l'instrument: ce qui se fait, en fermant l'une des fioles et plaçant un instant le tube verticalement.

A cause des *onglets mn* et *pq* formés aux extrémités des colonnes du liquide, en vertu de son adhésion aux parois des fioles: l'observateur se placera à une petite distance du niveau, et dirigera son rayon visuel tangentiellement aux bases *m'n'* et *p'q'* des onglets, prises alors pour repères du niveau; ce qui peut évidemment se faire de quatre manières.

Cet instrument est désigné sous le nom de *niveau d'eau*.

141. Le plus simple de tous les niveaux est celui construit d'après la propriété caractéristique du fil à plomb:

le *niveau à perpendicule* consiste en un triangle, dont un sommet sert de point de suspension à un fil à plomb, qui fait juger de l'horizontalité du côté opposé, lorsqu'il lui est perpendiculaire.

Pour régler cet instrument, il faut déterminer et marquer le point de la base que vient battre le fil à plomb, quand cette base est horizontale. A cet effet, plaçons le triangle ABC (*fig.* 48) dans le plan vertical d'une ligne quelconque MN et imaginons sa hauteur CF; le fil à plomb CP rencontrera la base AB au point q. Si l'on fait maintenant tourner le triangle sur CF, jusqu'à ce que sa base soit replacée bout pour bout, sur MN, le point q viendra en q', et comme la ligne CF est restée fixe, l'angle qu'elle formera avec le fil à plomb sera le même qu'avant la rotation, ainsi rF égalera Fq' et parconséquent le point de repère F divisera en deux parties égales la ligne remarquée $q'r$.

L'angle PCF étant égal à l'angle de pente MNH, on en obtiendrait l'amplitude, au moyen d'un limbe tracé sur le triangle ABC (*fig.* 49), de manière que le rayon *zéro* de ce limbe correspondît à la hauteur CF.

En observant aussi (*fig.* 48) que $\frac{Fq}{FC} = \frac{MH}{HN} =$ tang MNH, on pourra obtenir le rapport de la hauteur d'une pente à sa base, ou la tangente de son inclinaison : en marquant sur la ligne AB, des parties égales et aliquotes de FC, numérotées à partir du point F (*fig.* 50); car si on désigne par p chacune de ces parties, et qu'on suppose FC$=np$, on aura, en appelant K le numéro de la division battue par le fil à plomb, lorsque AB sera sur MN : $\frac{Fq}{FC} = \frac{MH}{HN}$ $=$ tang MNH $= \frac{K.p}{n.p} = \frac{K}{n}$.

Le triangle ABC auquel on donne souvent la forme rectangulaire, sert aux ouvriers, d'équerre en même temps que de niveau ; le fil à plomb s'y adapte au moyen

d'une coche ou entaille pratiquée au point C. Cet instrument est appelé : *niveau de maçon.*

Si on garnissait de pinnules les extrémités de la base du niveau à perpendicule, on pourrait en lui adaptant un trépied, l'employer à l'estimation de l'inclinaison des pentes (*fig.* 49), ou à la recherche du rapport des hauteurs des pentes à leurs bases (*fig.* 50) : il suffirait pour cela d'établir la ligne AB sur les directions considérées, et de remarquer les graduations fournies par le fil à plomb.

CHAPITRE II.

Constructions et Formules fondamentales.

142. La construction d'une échelle consiste à déduire, de l'unité de mesure, la longueur de l'unité graphique ou *linéaire* ainsi que ses multiples, afin de pouvoir tracer ou estimer les dimensions d'un plan.

Soit L l'unité de mesure, $\frac{1}{M}$ l'échelle d'un plan : $\frac{L}{M}$ sera la longueur de l'unité linéaire, ou L réduite à l'échelle, que l'on obtiendra en divisant L en M parties égales ; et pour cela il faudra que la ligne L puisse être contenue sur les marges du dessin, ce qui n'aura ordinairement pas lieu. Mais l'unité de mesure, quelle qu'elle soit, est toujours subdivisée en petites parties, en nommant l la dernière subdivision, N le nombre de fois que l est contenue dans L : on a $L = Nl$ et l'unité graphique sera représentée par $\frac{Nl}{M}$; soit k le plus grand diviseur commun de N et M, $\frac{nkl}{mk}$ ou $\frac{nl}{m}$ sera la quantité à construire.

Maintenant, comme il pourrait se faire que la petitesse de l rendît peu commode la recherche de la quatrième

proportionnelle à m, n et l: on déterminera $\frac{100l.\,n}{m}$ ou bien $\frac{10l.\,n}{m}$ fournissant 100 ou 10 unités linéaires. Pour obtenir les unités simples, on portera sur la centaine AB (*fig.* 51) les dix décuples trouvés; et l'on tracera au-dessus de AB dix droites parallèles et équidistantes que l'on comprendra entre deux transversales aussi parallèles AA′, BB′; en divisant alors A′B′ comme AB et menant AC′, les parallèles 1, 2, 3, etc., détermineront dans l'angle A′AC′, des longueurs respectivement égales à 1, 2, 3, etc., unités linéaires.

Si l'on porte à droite du point A, autant de centaines AB que la ligne AM en pourra contenir, et que l'on trace par les points de division des parallèles à AA′, on aura complété la formation de l'échelle.

Lorsqu'à l'aide de ce tableau, on voudra porter sur le papier une longueur métrique: on placera le compas sur la parallèle passant par le numéro des unités, une des pointes étant sur la transversale des dizaines et l'autre pointe sur la transversale des centaines.

Réciproquement quand on voudra estimer une ligne graphique, on portera parallèlement à BM l'ouverture de compas qui comprend cette longueur, de manière que l'une des pointes parcourant une transversale des centaines, l'autre pointe rencontre à gauche de la transversale *zéro* une ligne de dixaines; ces pointes indiqueront alors les centaines et les dixaines; les unités seront d'ailleurs données par le numéro de la parallèle sur laquelle reposera le compas.

143. Les avantages qu'on retire souvent pour la confection d'une carte, des matériaux de planimétrie qu'on peut rencontrer, rendent utile la modification de ces dessins, tant par *réduction* que par *amplification*.

Cette modification consiste à trouver, d'après des conditions voulues, les dimensions d'un cadre semblable au

polygone qui circonscrirait le dessin donné. Or, soit X un côté quelconque de la projection du terrain, a et a' ses longueurs graphiques à l'échelle $\frac{1}{M}$ et $\frac{1}{M'}$, S et S' les surfaces des cartes correspondantes, on aura X=Ma, X=M'a', $\frac{S}{S'}=\frac{a^2}{a'^2}$, d'où M$a$=M'$a'$ et SM^2=S'M'^{2}; ainsi des trois rapports $\frac{M}{M'}$, $\frac{a}{a'}$ et $\frac{S}{S'}$, l'un étant connu, on conclura les deux autres.

Soit proposé de transformer la carte comprise dans le polygone ABCDE.... (*fig.* 52), en une autre telle que le rapport des échelles soit connu.

On partagera la figure donnée en triangles principaux, qui pourront être subdivisés eux-mêmes au moyen de trois systèmes de parallèles, en triangles égaux et assez petits pour que les moitiés, tiers ou quarts de leurs côtés puissent s'estimer à vue.

On construira ensuite le polygone *abcde*..., semblable au cadre ABCDE.... et l'on décomposera les triangles *abc*, *acd*..., de cette nouvelle figure de la même manière que leurs homologues ABC, ACD..., après quoi l'on copiera à vue dans chacun des triangles élémentaires, les détails compris dans les triangles correspondans de la carte donnée.

Quand le cadre de cette carte pourra être un parallélogramme, on le subdivisera immédiatement ainsi que le cadre transformé, en petits parallélogrammes au moyen de deux systèmes de parallèles; et ces figures serviront de même que les triangles auxiliaires précédens, à modifier à vue les détails du dessin considéré.

144. Au lieu de calculer chaque côté des triangles, *abc*, *acd*, etc., par la formule $a'=\frac{Ma}{M'}$, on en pourra déterminer la longueur avec une *échelle de réduction*.

Sur une ligne pq (*fig.* 53) égale à la plus grande dimension possible de ABCD.... on élève en direction quelconque, qr représentant $pq \times \frac{M}{M'}$, et l'on tire pr; toutes les ordonnées aa', bb', etc... seront les transformations à l'échelle $\frac{1}{M'}$ des longueurs respectives pa, pb, etc...., puisque $\frac{px}{xx'} = \frac{pq}{qr} = \frac{M'}{M}$ et $xx' = px \times \frac{M}{M'}$. Ainsi en portant un côté quelconque de la surface ABCD.... de p en x, l'ordonnée xx' sera le côté correspondant de la figure *abcd*.... il est évident que les ordonnées aa', bb', cc' etc...., tracées d'avance, faciliteront la direction à vue de l'ordonnée xx'.

L'échelle de réduction se construit aussi, en décrivant (*fig.* 54) un arc de rayon $PQ = a$, et d'un point Q comme centre avec un rayon $QR = a' = \frac{aM}{M'}$ un autre arc; en traçant alors l'angle RPQ; toute distance PX portée sur PQ et QR fournira son homologue XX', car on aura $\frac{PX}{XX'} = \frac{PQ}{QR} = \frac{M'}{M}$ et $XX' = PX \times \frac{M}{M'}$.

Ce dernier procédé de réduction plus expéditif que le premier doit lui être préféré, surtout lorsque la copie *abcde*... sera plus grande que la carte donnée.

145. Le *vernier* est une longueur droite ou courbe dont les divisions égales, comparées aux graduations d'une ligne de même forme, servent à estimer les fractions dans ces dernières.

Ce vernier se forme généralement en partageant $(n-1)$ divisions de la ligne principale ou limbe, en n parties égales; ensorte que si l'on désigne par P la longueur d'une division du limbe, et p une partie du vernier: on aura $(n-1)P = np$ d'où $P - p = \frac{P}{n}$. On voit que si on place

le *zéro* du vernier sur une division exacte du limbe, sa dernière division coïncidera avec la $(n-1)^e$ du limbe, et en même temps le n°. 1 du vernier sera en arrière d'une division du limbe, de la quantité $\frac{P}{n}$, le n°. 2 sera en arrière de $\frac{2P}{n}$, etc....., enfin, le numéro m du vernier sera en arrière d'une division du limbe, de $\frac{mP}{n}$: donc si on avance le numéro m de manière qu'il coïncide avec une division principale, le zéro du vernier aura aussi marché de $\frac{mP}{n}$; d'où l'on conclut, *qu'on estimera l'avance de ce zéro sur une division du limbe, en cherchant le numéro de la division du vernier, qui coïncidera avec une division du limbe, et multipliant ce numéro par* $\frac{P}{n}$.

Il est clair que le vernier donnera d'autant plus d'approximation que $\frac{P}{n}$ sera petit; or, cette fraction sera rendue plus petite, soit en diminuant P, ou en augmentant n; donc on pourra obtenir une approximation voulue, en subdivisant les parties d'un limbe ou en augmentant son vernier; ensorte que la grandeur de ce dernier suppléra à celle des instrumens angulaires, dont la petitesse des divisions a des bornes indiquées par leurs rayons.

Lorsqu'on fera usage du vernier, il pourra se faire qu'aucune de ses divisions ne coïncide parfaitement avec le limbe, dans ce cas une partie du limbe contiendra deux divisions du vernier: en supposant alors que la moitié de la graduation du limbe se superpose sur le milieu de la partie correspondante du vernier, on n'encourra pas d'erreur plus forte que $\frac{P}{2n}$; de manière qu'on pourra ajouter $\frac{P}{2n}$ à l'indication donnée par le moindre des deux nu-

méros du vernier compris dans la graduation du limbe ; d'où il suit que généralement *la quantité $\frac{P}{2n}$ sera l'approximation de lecture due à un vernier.*

Au lieu d'exécuter un vernier en divisant $(n-1)$ parties du limbe en n parties égales, on pourrait se proposer la division de $(n-q)$ parties en n, ce qui produit $(n-q)P = np$ et $\left(\frac{n}{q}-1\right)P = \frac{n}{q}p$, résultat analogue à celui que présenterait la division de $\left(\frac{n}{q}-1\right)$ ou $t-1$, en $\frac{n}{q}$ ou t, ainsi qu'on l'a fait précédemment.

Les cercles de 5 pouces ou de $0^m.155$ de diamètre, ayant $0^m.490$ de circonférence, dont la 800e partie est plus grande que ½ millimètre, peuvent par conséquent être divisés en demi-grades ; si on adapte à l'alidade un vernier divisé en dix parties, chaque numéro du vernier donnera $\frac{P}{n}$ ou $\frac{50'}{10}$ c'est-à-dire 5' ; ensorte que sur le cercle, on lira un angle en observant le numéro du demi-grade du limbe précédant le zéro du vernier, auquel on ajoutera autant de fois 5' que l'indique le numéro de la division du vernier qui coïncide avec le limbe ; ce qui revient à numéroter ainsi le vernier :

0', 5', 10', 15', 20', 25', 30', 35', 40', 45', 50'.

La lecture d'une amplitude quelconque indiquée par le vernier, sur le limbe d'un instrument angulaire, consistera donc principalement *à reconnaître la valeur de $\frac{P}{n}$ en observant : 1°. si la graduation est centésimale ou sexagésimale ; 2°. quel est le nom de la plus petite subdivision du limbe ; et enfin, 3°. la quantité des divisions du vernier.*

146. Pour réduire un angle à l'horizon il faut déterminer l'angle des deux plans verticaux passant par ses côtés.

Ce dernier appartient à un angle trièdre qui a pour

faces les distances zénithales des deux points observés, et l'angle au plan de ces points, ainsi que l'indique la figure 55. En représentant par a l'angle observé GCD, par b et c les distances zénithales ou angles verticaux DCZ, GCZ, et par A l'angle gCd de ces deux plans verticaux, on aura l'angle réduit A par la formule démontrée ci-après (art. 148).

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c},$$

d'où l'on tire $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin\left(\frac{S}{2} - b\right) \sin\left(\frac{S}{2} - c\right)}{\sin b \sin c}$,

où $S = a + b + c$.

Les observations géodésiques fournissant généralement pour les angles b et c, des valeurs très-rapprochées de l'angle droit, il en résultera que A différera peu de a, et qu'ainsi la quantité $A - a$ sera très-petite, ensorte que cette réduction calculée directement, offrira une approximation plus facile que ne l'indiquent les formules précédentes.

Or, en faisant $A - a = x$, on aura $\cos A = \cos a \cos x - \sin a \sin x$; mais on a généralement :

$$\sin x = 2 \sin \tfrac{1}{2} x - 4 \sin \tfrac{1}{2} x \sin^2 \tfrac{1}{4} x \text{ (1)}$$

$$\cos x = 1 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} x;$$

et si on suppose que x soit assez petit pour que $\frac{x}{2}$ remplace $\sin \frac{x}{2}$, il vient :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{8}, \text{ et } \cos x = 1 - \frac{x^2}{2}.$$

Les fractions $\frac{x^3}{8}$ et $\frac{x^2}{2}$ pourront par la même raison être

(1) Car $\sin x = 2 \sin \frac{1}{2} x \cos \frac{1}{2} x$, et $\cos \frac{1}{2} x = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{4} x$, donc, $\sin x = 2 \sin \frac{1}{2} x \,(1 - 2 \sin^2 \frac{1}{4} x)$.

négligées (1) ; ensorte qu'on pourra écrire :

$$\cos A = \cos a - x \sin a ;$$

substituant cette valeur dans la formule primitive on aura :

$$\cos a - x \sin a = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c},$$

d'où : $x \sin a \sin b \sin c = \cos a (\sin b \sin c - 1) + \cos b \cos c$ (M).

Or, les formules $\begin{cases} \cos(b+c) = \cos b \cos c - \sin b \sin c \\ \cos(b-c) = \cos b \cos c + \sin b \sin c \end{cases}$

donnent $\begin{cases} \sin b \sin c = \dfrac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2} \\ \cos b \cos c = \dfrac{\cos(b-c) + \cos(b+c)}{2} ; \end{cases}$

On a aussi $\begin{cases} \cos(b-c) = 1 - 2\sin^2\left(\dfrac{b-c}{2}\right) \\ \cos(b+c) = 1 - 2\sin^2\left(\dfrac{b+c}{2}\right) \end{cases}$

Donc $\begin{cases} \sin b \sin c = \sin^2\left(\dfrac{b+c}{2}\right) - \sin^2\left(\dfrac{b-c}{2}\right) \\ \cos b \cos c = 1 - \sin^2\left(\dfrac{b+c}{2}\right) - \sin^2\left(\dfrac{b-c}{2}\right). \end{cases}$

L'expression (M) devient par ces transformations :

$$x \sin a \sin b \sin c = \begin{cases} \cos a \left(\sin^2\left(\dfrac{b+c}{2}\right) - \sin^2\left(\dfrac{b-c}{2}\right) - 1 \right) + \\ 1 - \sin^2\left(\dfrac{b+c}{2}\right) - \sin^2\left(\dfrac{b-c}{2}\right), \end{cases}$$

---

(1) x étant un rapport de l'arc au rayon, x^2 représentera $\left(\frac{x}{1}\right)^2$ et x^3 correspondra à $\left(\frac{x}{1}\right)^3$, fractions que l'on pourra négliger lors même que x vaudrait 2^g, puisque dans ce cas $\frac{x}{1}$ égalerait $\frac{1}{32}$, $\left(\frac{x}{1}\right)^2 = \frac{1}{1024}$ et $\left(\frac{x}{1}\right)^3 = \frac{1}{32768}$, attendu que le rayon vaut environ $53^g,64$.

et à cause de $1-\sin^2\left(\frac{b+c}{2}\right)=\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)$

$$x\sin a\sin b\sin c=\left\{\begin{array}{l}-\cos a\left(\sin^2\left(\frac{b-c}{2}\right)+\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)\right)\\ +\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)-\sin^2\left(\frac{b-c}{2}\right),\end{array}\right.$$

$$\text{et } x\sin a\sin b\sin c=\left\{\begin{array}{l}\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)\left(1-\cos a\right)\\ -\sin^2\left(\frac{b-c}{2}\right)\left(1+\cos a\right);\end{array}\right.$$

$$\text{d'où } x\sin b\sin c=\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{1-\cos a}{\sin a}\right)\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)\\ -\left(\frac{1+\cos a}{\sin a}\right)\sin^2\left(\frac{b-c}{2}\right)\end{array}\right.$$

Or, $\frac{1-\cos a}{\sin a}$ peut être mis sous la forme :

$$\frac{2\sin^2\frac{1}{2}a}{2\sin\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}a}=\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a;$$

de même $\frac{1+\cos a}{\sin a}=\frac{1+1-2\sin^2\frac{1}{2}a}{2\sin\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}a}=\frac{2(1-\sin^2\frac{1}{2}a)}{2\sin\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}a}=\cot\frac{1}{2}a,$

donc enfin, $x=\frac{\text{tang}\frac{a}{2}\cos^2\left(\frac{b+c}{2}\right)-\cot\frac{a}{2}\sin^2\left(\frac{b-c}{2}\right)}{\sin b\sin c}.$

En représentant par H et h les distances angulaires des points D et G relativement à l'horizon de C, on aura $H+b=100^g$, $h+c=100^g$; $\frac{b+c}{2}=100^g-\left(\frac{H+h}{2}\right)$, $\frac{b-c}{2}=-\left(\frac{H-h}{2}\right)$ et $\cos\left(\frac{b+c}{2}\right)=\sin\left(\frac{H+h}{2}\right)$, $\sin b=\cos H$, $\sin c=\cos h$; ensorte que x devient :

$$x=\frac{\text{tang}\frac{a}{2}\sin^2\left(\frac{H+h}{2}\right)-\cot\frac{a}{2}\sin^2\left(\frac{H-h}{2}\right)}{\cos H\cos h}.$$

La réduction $A-a=x$ qu'on devra ajouter à l'angle observé sera donc connue. Le nombre abstrait obtenu par

cette formule, représente le rapport de l'arc correspondant au rayon; donc on aura cet arc en *minutes* par x: en multipliant ce rapport par le nombre des minutes contenues dans la longueur du rayon ou $\frac{1}{1'}$; ce qui revient à multiplier le nombre abstrait x par $\frac{1}{\sin 1'}$ de manière que l'on aura généralement :

$$x' = \frac{\tan g \frac{a}{2}}{\sin 1'} \frac{\sin^2\left(\frac{H+h}{2}\right)}{\cos H \cos h} - \frac{\cot \frac{a}{2}}{\sin 1'} \frac{\sin^2\left(\frac{H-h}{2}\right)}{\cos H \cos h};$$

Enfin, en supposant que les quantités H et h soient assez petites, pour que l'on puisse négliger $\frac{H^2}{2}$ et $\frac{h^2}{2}$ dans les valeurs de cos H et cos h, nous aurons :

$$x' = \frac{\tan g \frac{a}{2}}{\sin 1'} \sin^2\left(\frac{H+h}{2}\right) - \frac{\cos \frac{a}{2}}{\sin 1'} \sin^2\left(\frac{H-h}{2}\right);$$

En admettant aussi que $\sin\left(\frac{H+h}{2}\right)$ et $\sin\left(\frac{H-h}{2}\right)$ puissent être remplacés par $\frac{1}{2}.\frac{H+h}{1}$ et $\frac{1}{2}.\frac{H-h}{1}$, auquel cas H et h représenteront des minutes, si le rayon est exprimé par $\frac{1}{\sin 1'}$, c'est-à-dire, si on substitue $\left(\frac{H+h}{2}\right)\sin 1'$ à $\sin\left(\frac{H+h}{2}\right)$, et $\left(\frac{H-h}{2}\right)\sin 1'$ pour $\sin\left(\frac{H-h}{2}\right)$; on aura définitivement :

$$x' = \tan g \frac{a}{2} \left(\frac{H+h}{2}\right)^2 \sin 1' - \cot \frac{a}{2} \left(\frac{H-h}{2}\right)^2 \sin 1'$$

formule suffisamment exacte pour la plupart des observations géodésiques, et que l'on peut calculer directement, ou à l'aide d'une table préparée d'avance.

147. Proposons nous maintenant de réduire un angle au centre de station. Soient (*fig.* 56), o la position de l'instrument angulaire, c le centre du signal de station

d et g, les points de mire; la différence des angles C et O est la même que celle des petits angles $c\,d\,o$ et $c\,g\,o$, car on a :

dans le triangle cgd : $C = 200^g - cgd - gdc$
et dans le triangle god $O = 200^g - ogd - gdo$
donc......... $C - O = gdo - gdc - (cgd - odg)$
ou........... $C - O = cdo - cgo = d - g$.

On voit d'avance que la correction de O pour obtenir C est assez petite, puisqu'elle est la différence des angles d et g, dont l'ouverture dépend de co, ou r qui est toujours très-petit par rapport aux côtés géodésiques.

Cela posé, le triangle cod fournit $\frac{\sin d}{\sin cod} = \frac{co}{cd}$

Le triangle gco donne aussi .... $\frac{\sin g}{\sin goc} = \frac{cg}{co}$

Si on représente par y l'angle goc que l'on peut observer, et qu'on fasse $co = r$, $cd = D$, $cg = G$, il viendra :

$$\sin d = \frac{r}{D} \sin (O + y) \text{ et } \sin g = \frac{r}{G} \sin y.$$

Or on peut supposer dans les opérations géodésiques, que les angles g et d sont assez petits, pour pouvoir remplacer leurs sinus sans erreur sensible : on aura donc :

$$\frac{d}{1} = \frac{r}{D} \sin (O + y) \text{ et } d' = \frac{r}{D} \sin \frac{(O + y)}{\sin 1'}$$

$$\frac{g}{1} = \frac{r}{G} \sin y \text{ et } g' = \frac{r}{G} \frac{\sin y}{\sin 1'}$$

par conséquent :

$$(d - g)' = (C - O)' = z' = \frac{r}{D} \sin \frac{(O + y)}{\sin 1'} - \frac{r}{G} \frac{\sin y}{\sin 1'}$$

expression dans laquelle des valeurs approchées de D, G, O et y suffiront pour les calculs.

148. La formule qui donne l'un des angles dièdres d'un angle solide triple en fonction de ses angles plans,

servant de base à la réduction à l'horizon, nous allons rapporter la démonstratiou simple qui y conduit :

Supposons (*fig.* 57) l'angle tièdre S formé par les trois faces ASB, ASC, BSC, que nous désignerons respectivement par c, b et a; d'un point quelconque p de l'arête SB, j'abaisse la perpendiculaire pq sur la face opposée ASC, et du point q je conduis les perpendiculaires qn et qm sur SA et SC, en joignant pn cette droite perpendiculaire sur SA fera avec nq l'angle A des deux faces ASB et BSC : je mène aussi nd parallèle à qm, et qr parallèle à SC : on aura alors $Sm = Sd + dm$.

Or, le triangle rectangle Spm donne $Sm = Sp \cos BSC$.
Le triangle Sdn fournit............ $Sd = Sn \cos ASC$;
On a aussi........................ $Sn = Sp \cos BSA$.
D'ailleurs, $dm = rq = nq \sin dnq$...... $= nq \sin ASC$
et $nq = pn \cos pnq$
$pn = Sp \sin BSA$.

En faisant les substitutions convenables, il viendra :

$$Sp \cos a = Sp \cos b \cos c + Sp \sin b \sin c \cos A,$$

d'où $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$.

CHAPITRE III.

Exemples et Applications d'opérations Géodésiques et Topographiques.

SOMMAIRE (1).

Les opérations géodésiques exécutées aux environs de Saint-Cyr pour la préparation des Levés auxquels s'exercent chaque année MM. les Élèves de l'École Militaire, ont servi d'applications aux principes généraux contenus dans le chapitre premier de la Topographie régulière, tant pour la disposition d'un canevas, que pour les calculs qui s'y rapportent. On y a joint un exemple de vérification *à priori* de l'identité des points conclus.

Les applications suivantes offrent aussi un exercice utile des principes topographiques.

1.° Déterminer une position orientée de la planchette au moyen d'une direction inaccessible tracée sur elle.

2.° Élever une perpendiculaire sur une ligne avec un cordeau.

3.° Abaisser d'un point une perpendiculaire sur une direction accessible, avec le même cordeau.

4.° déterminer la distance de deux points in-inaccessibles.
- 1.° Avec un cordeau, et la planchette ou la boussole.
- 2.° Avec un cordeau seul.
- 3.° Au pas et à la boussole.
- 4.° Au pas seul.
- 5.° Par le calcul, sans tables de logarithmes, et même sans intrumens.

(1) Ce chapitre composé d'une quinzaine de pages, sera imprimé dans le courant de l'année.

5.° calculer par le moyen d'expériences sur le son, la distance où l'on est d'un poste ennemi.

6.° Conduire sur le terrain par un point donné une ligne formant avec un côté inacessible un angle donné.	1.° avec des instrumens. 2.° Sans instrumens. 3.° Par le calcul.

7.° Prolonger sur le terrain une droite au-delà d'un obstacle bornant la vue; ce qui conduit au moyen de percer les forêts dans des directions voulues.

8.° Tracer le prolongement de la capitale d'un bastion.	1.° Avec des instrumens. 2.° Sans instrumens.
9.° Trouver la hauteur d'un objet inacessible.	1.° Avec des instrumens. 2.° Avec des jalons seuls.

10.° Déterminer la pente d'un cours d'eau et sa vîtesse.

11.° Connaissant l'échelle d'un levé et ses limites naturelles; déterminer le plus petit cadre circonscrivant ce levé, ainsi que la disposition d'une base de départ.

12.° La grandeur du cadre graphique et les limites naturelles étant donnés; conclure l'échelle d'un levé et la position d'une base de départ.

FIN.

FAUTES ESSENTIELLES À CORRIGER.

Page 21, ligne 13, au lieu de 3.° AB, et AB inaccessibles, *lisez* 3.° A, B et, etc.

Page 44, avant-dernière ligne, au lieu de (*fig.* 50), *lisez* (*fig.* 52.)

Page 57, supprimez le numéro 89 de l'avant-dernier alinéa.

Page 64, ligne 6, premier mot, *lisez* formés.

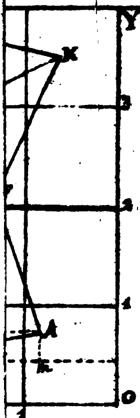
Id., l. 13, au lieu de $\text{tang}\, x = \frac{Dd(1 \cos i)}{d + D^2 \cos i}$, *lisez* $\text{tang}\, x = \frac{Dd(1 - \cos i)}{d + D^2 \cos i}$.

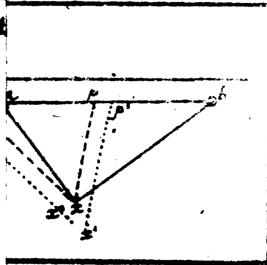
Page 68, ligne 2, au lieu de $\sin. I = \frac{1}{2500\, h} \times \frac{1}{\text{tang}\, 7°}$

$\sin I = \frac{1}{2500} \times \frac{1}{\text{tang}\, 7°}$.

Imprimerie de MIGNERET, rue du Dragon, n.° 20.

Pl. 1.





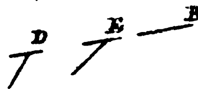
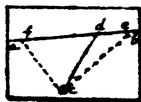
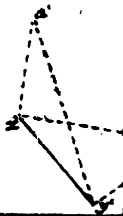
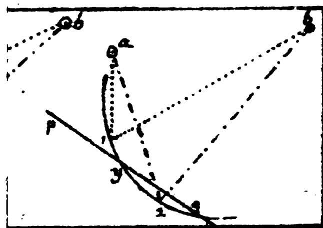


fig. 8.

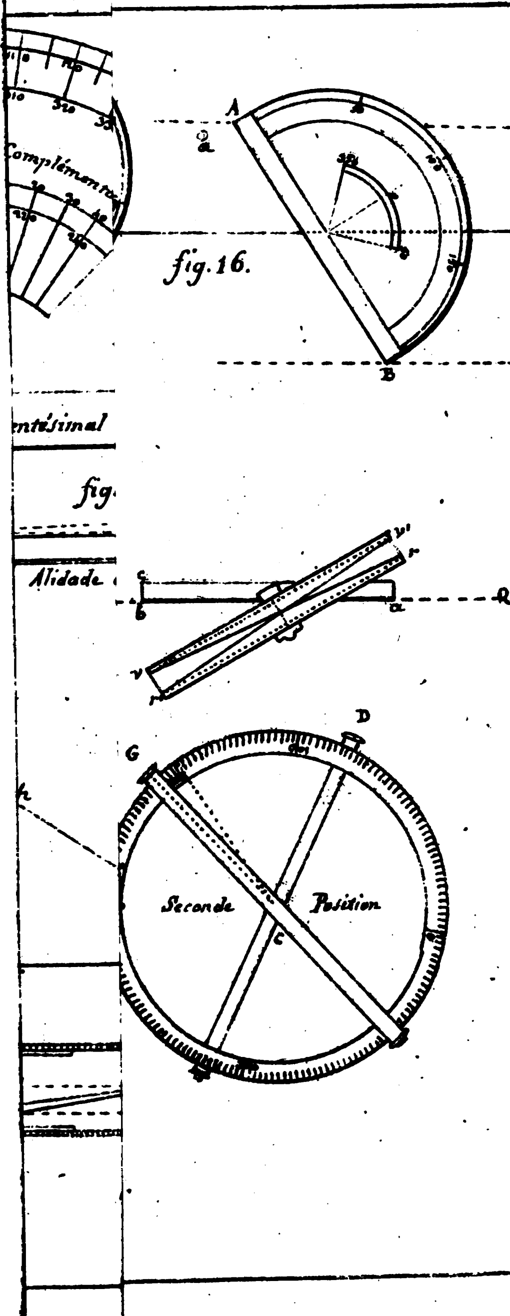






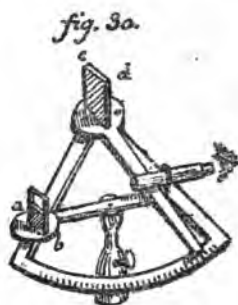


Pl. 11.



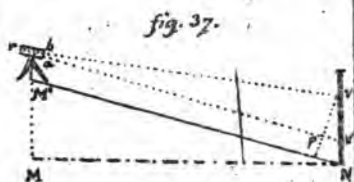


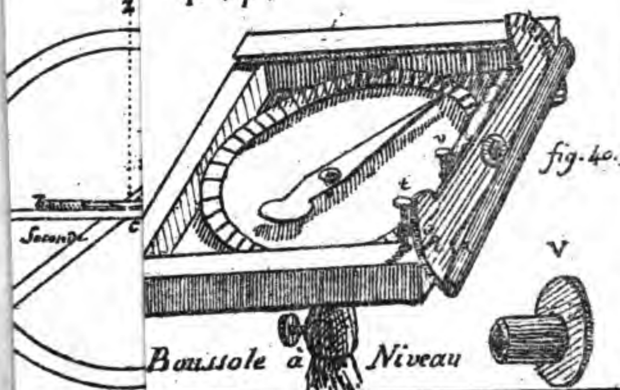
Bousso



Sextant







Boussole à Niveau

Pl. IV.

fig. 44

Niveau d'eau

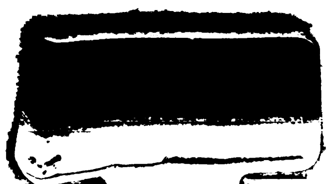
Aire

fig. 47.

fig. 54.

fig. 57.







IMPRIMERIE DE MIGNERET, RUE DU DRAGON, N.° 20.